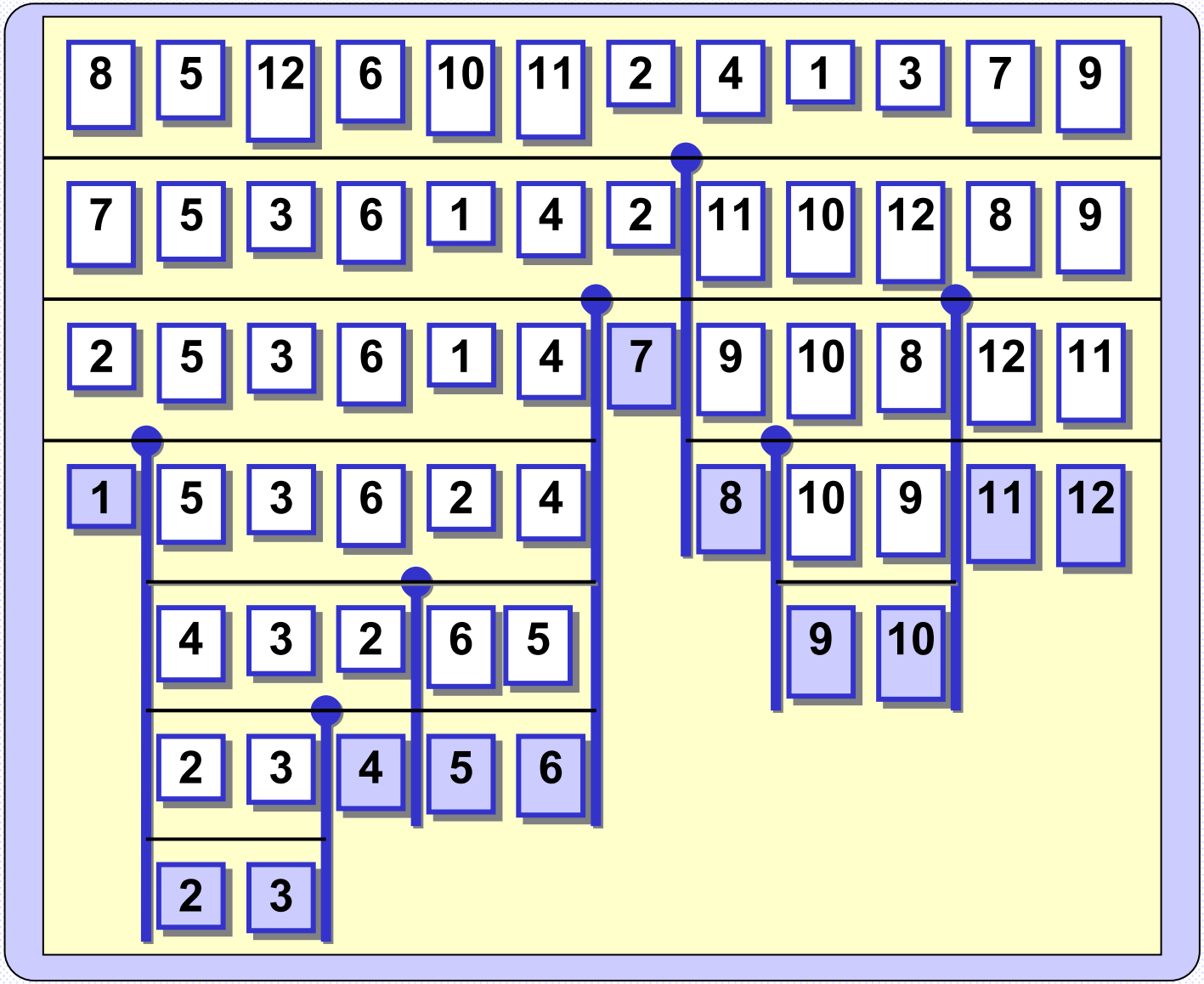
Různé algoritmy mají různou složitost

Algoritmus a program není totéž

QuickSort

Ukázka průběhu

pivot = = první v úseku



QuickSort

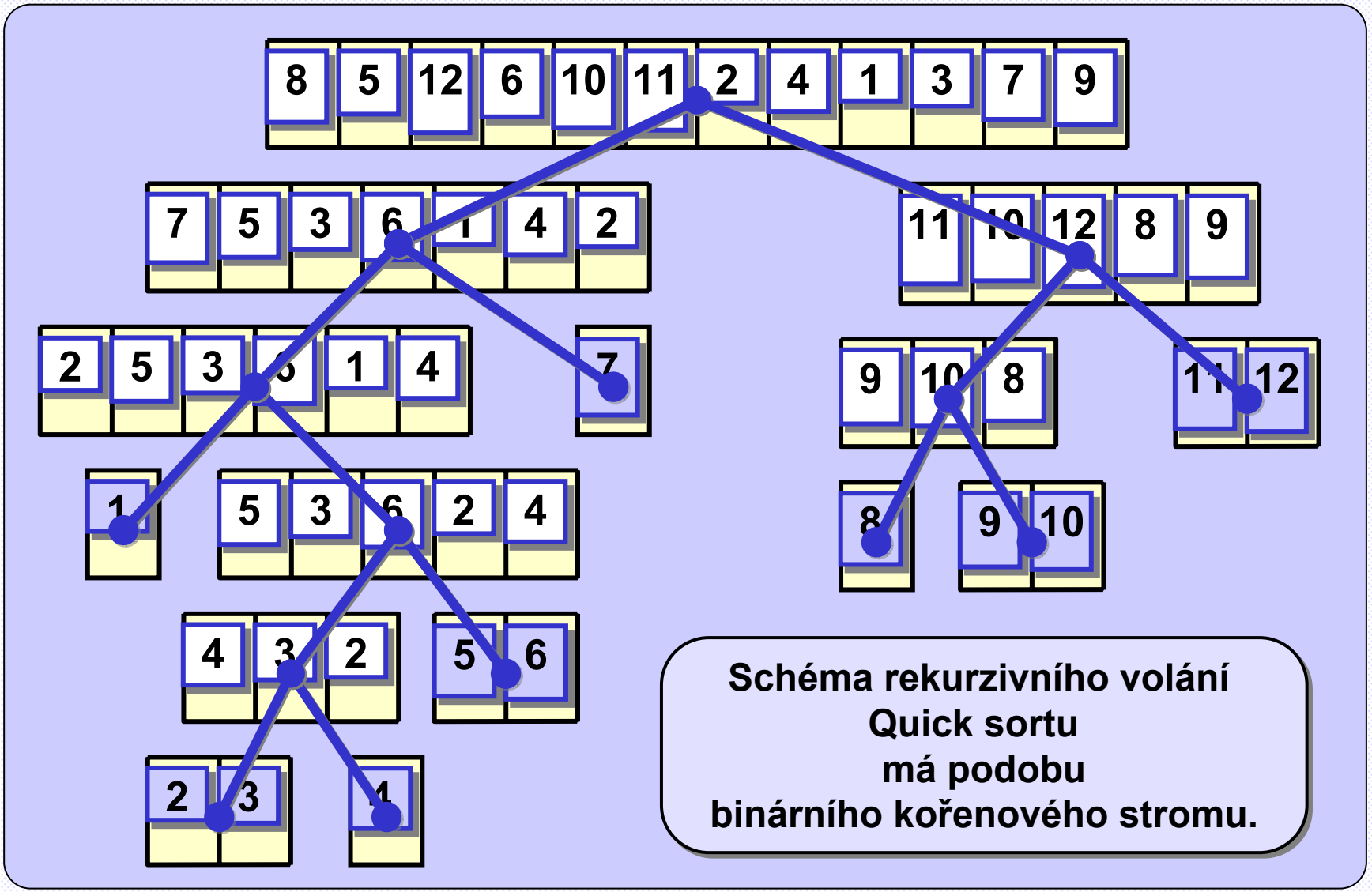
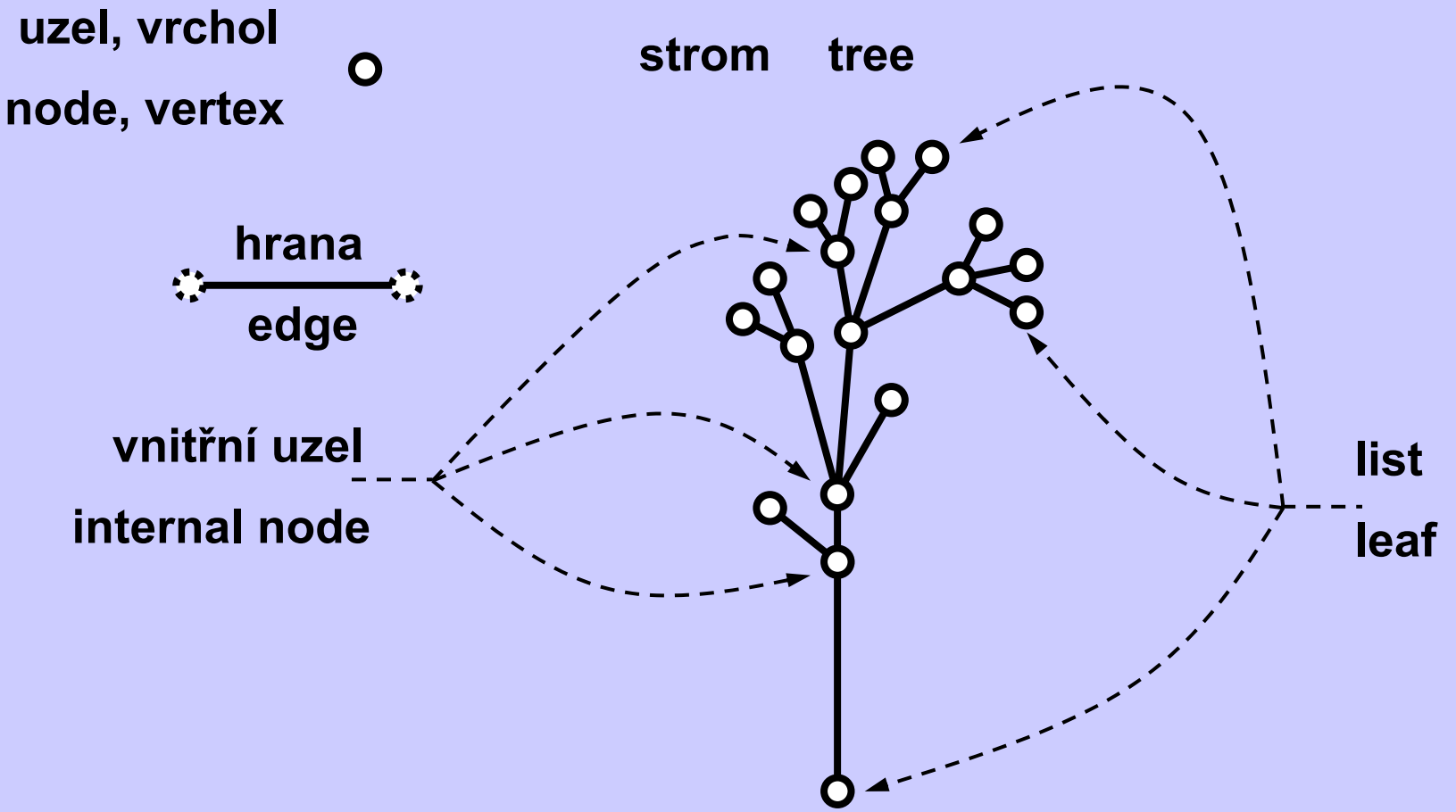


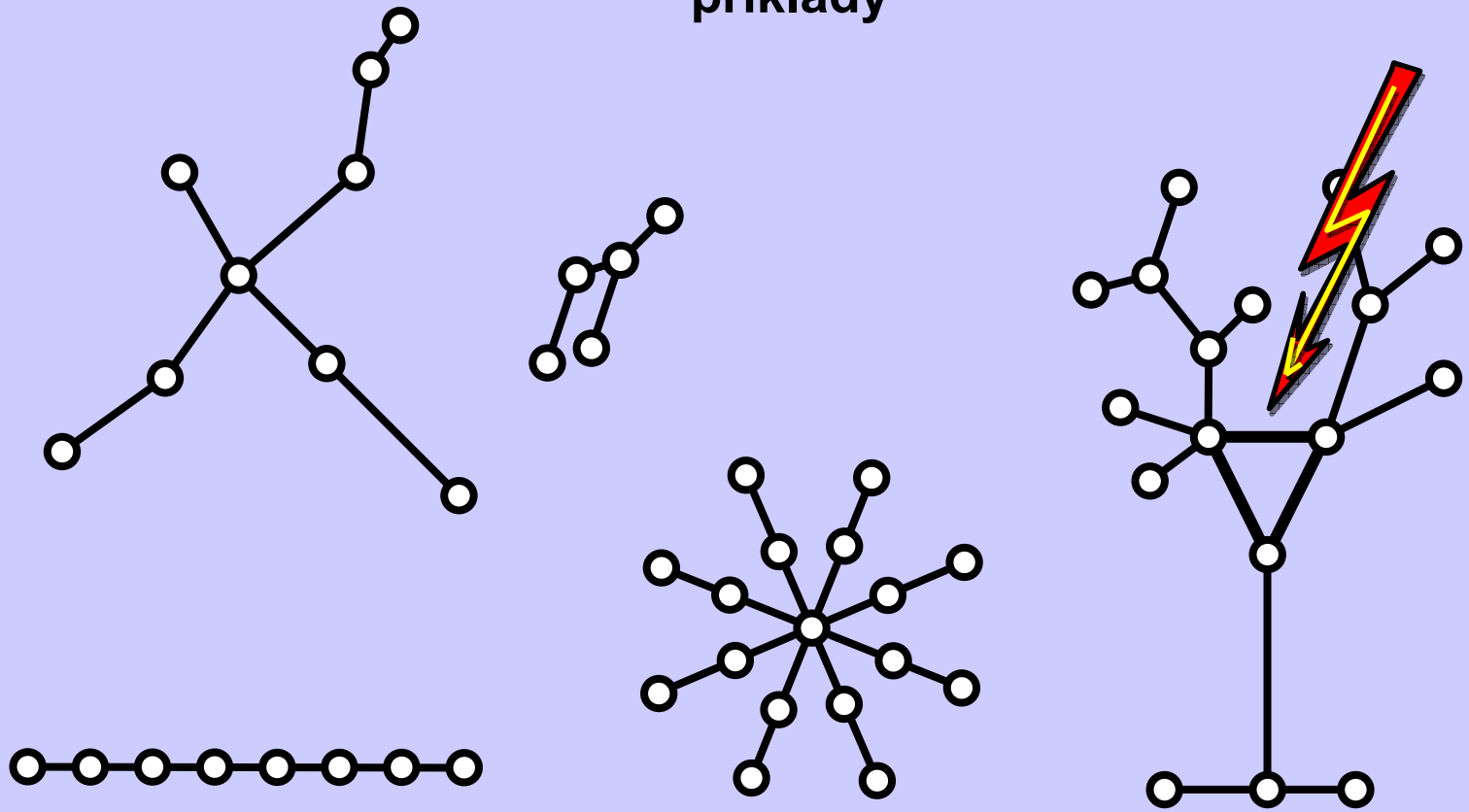
Schéma rekurzivního volání Quick sortu má podobu binárního kořenového stromu.

Stromy


uzel, vrchol
node, vertex
strom tree
hrana
edge
vnitřní uzel
internal node
list
leaf

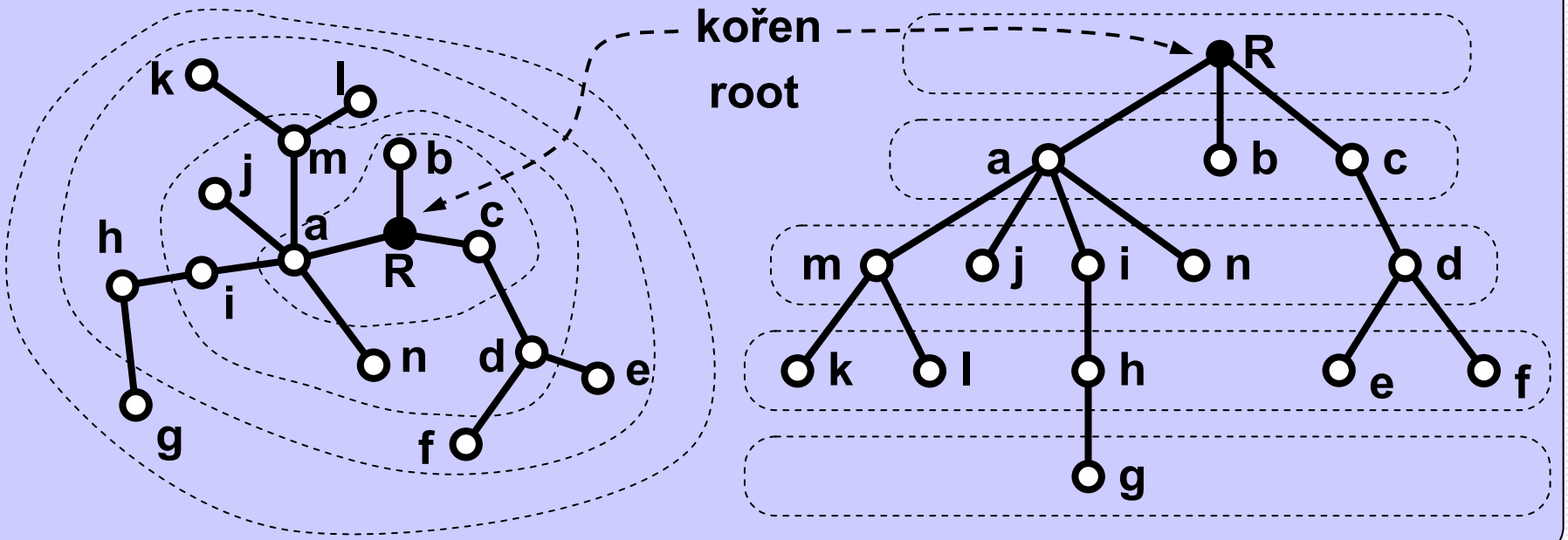
Stromy

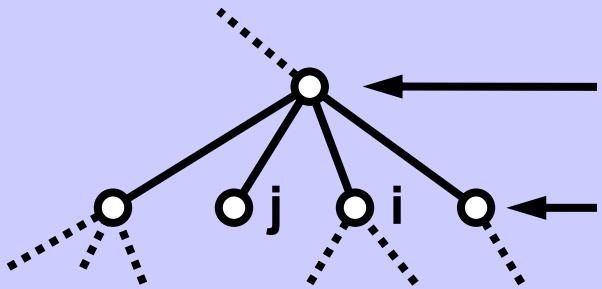
příklady



Stromy

kořenový strom rooted tree

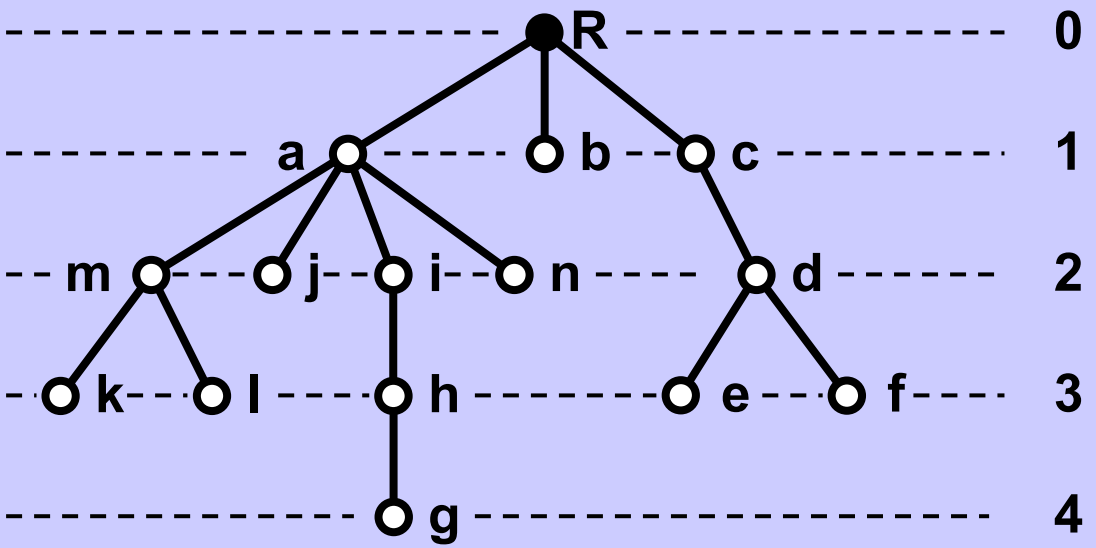




předchůdce, rodič predecessor , parent

následník, potomek successor, child

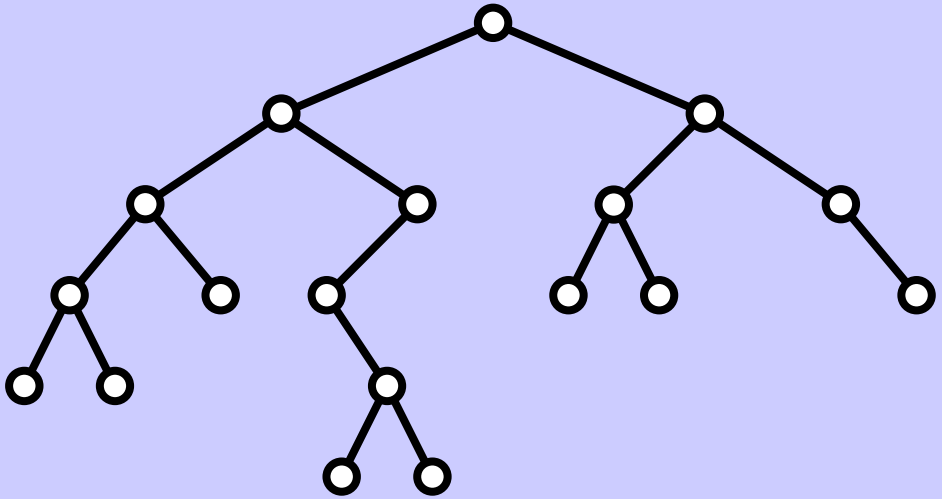
Stromy



hloubka uzlu
node depth

hloubka stromu
tree depth

Stromy

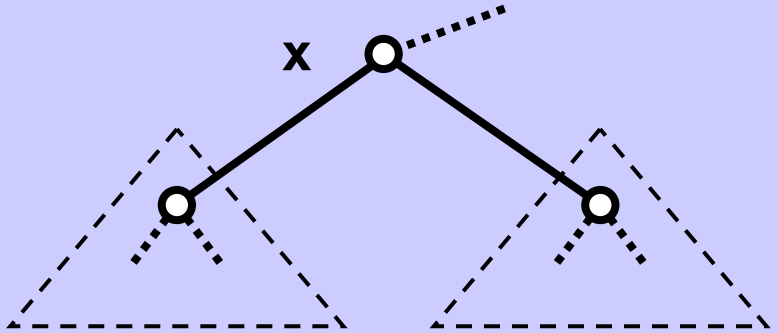


binární (kořenový!!) strom

0, 1 nebo 2 následníci

binary (rooted!!) tree

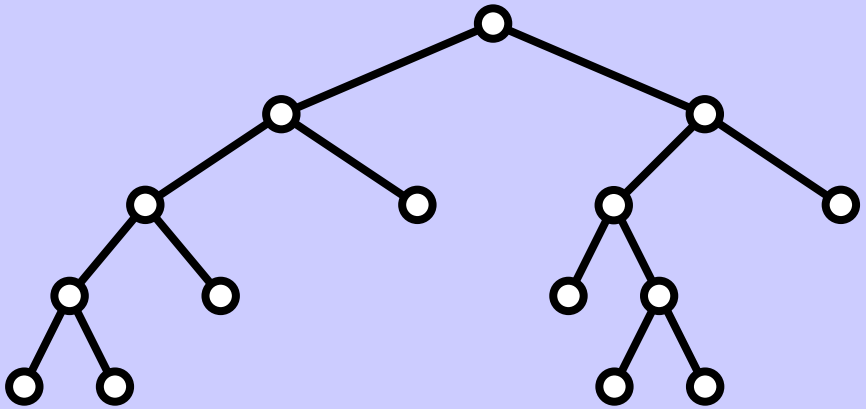
0, 1 or 2 successors



podstrom uzlu x …….. levý ……. pravý

subtree of node x …….. left …… right

Stromy

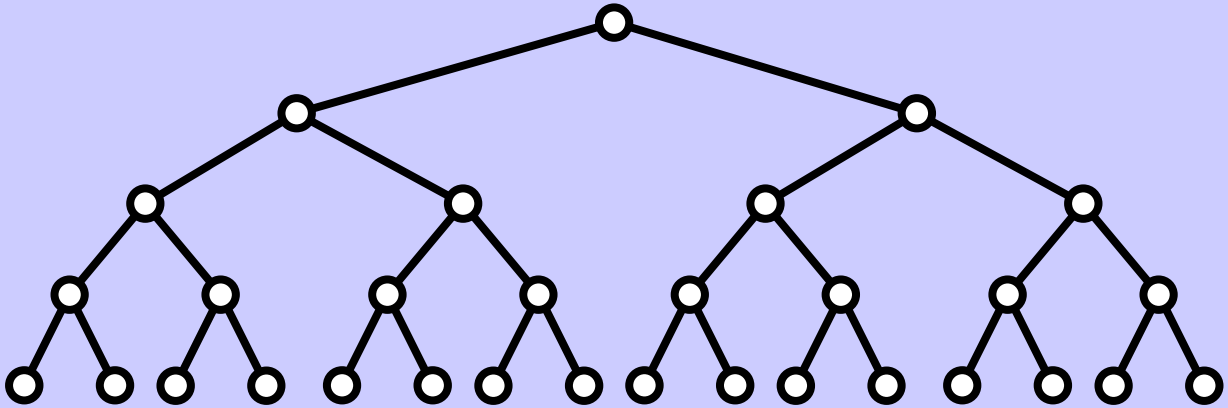


pravidelný binární strom

0 nebo 2 následníci

regular binary tree

0 or 2 successors



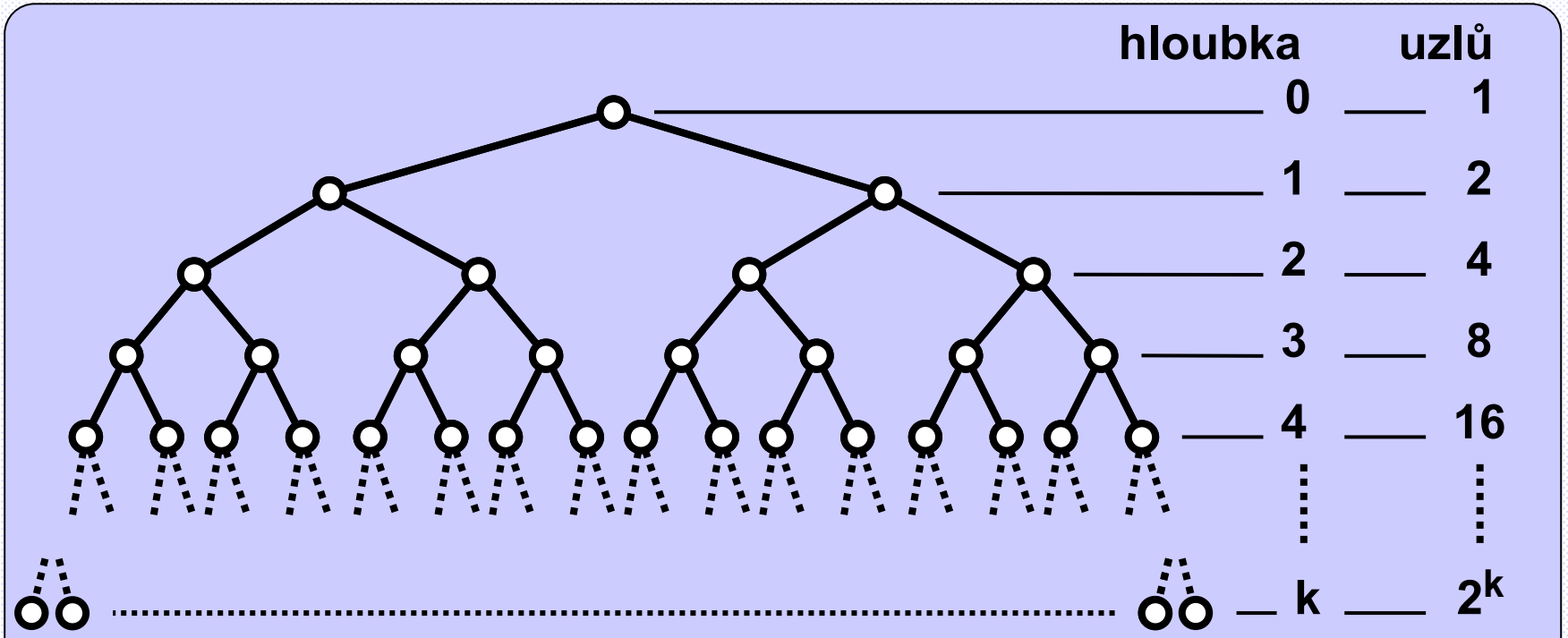
vyvážený strom

balanced tree

Hloubky všech listů jsou (víceméně) stejné.

All leaf depths are (more or less) equal.

Stromy

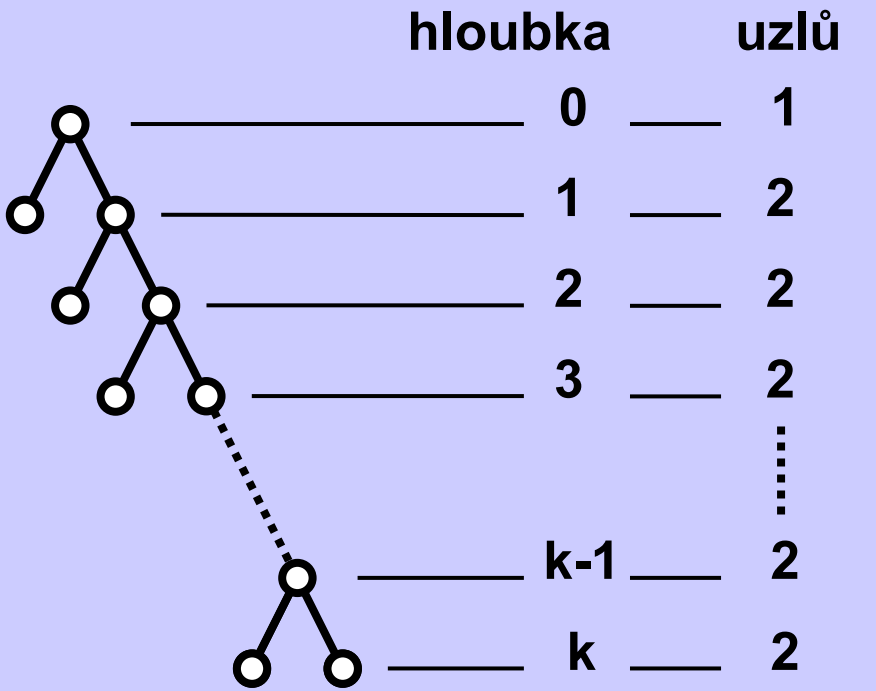


$(2^{(\text{hloubka stromu})+1} - 1) \sim$ uzlů

hloubka stromu $\sim \log_2(\text{uzlů}+1) - 1$

vyvážený strom: hloubka $\sim \log_2(\text{uzlů})$

Stromy



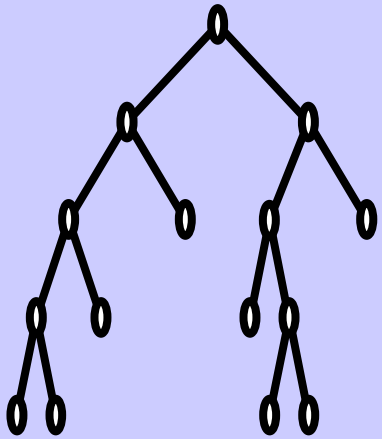
2(hloubka)+1 ~ uzlů

hloubka ~ (uzlů−1)/2

extrémně nevyvážený pravidelný strom: hloubka ~ (uzlů−1)/2

Stromy

Souhrn velikosti



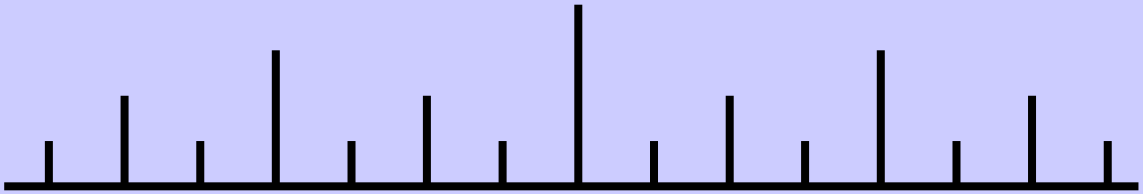
hloubka **pravidelného stromu =** O**(počet uzlů)**

obvykle

hloubka **pravidelného stromu =** $\Theta(\log_2(\text{počet uzlů}))$

Jednoduchý příklad rekurze

pravítko



1 2 1 3 1 2 1 4 1 2 1 3 1 2 1

rysky pravítka

délky rysek

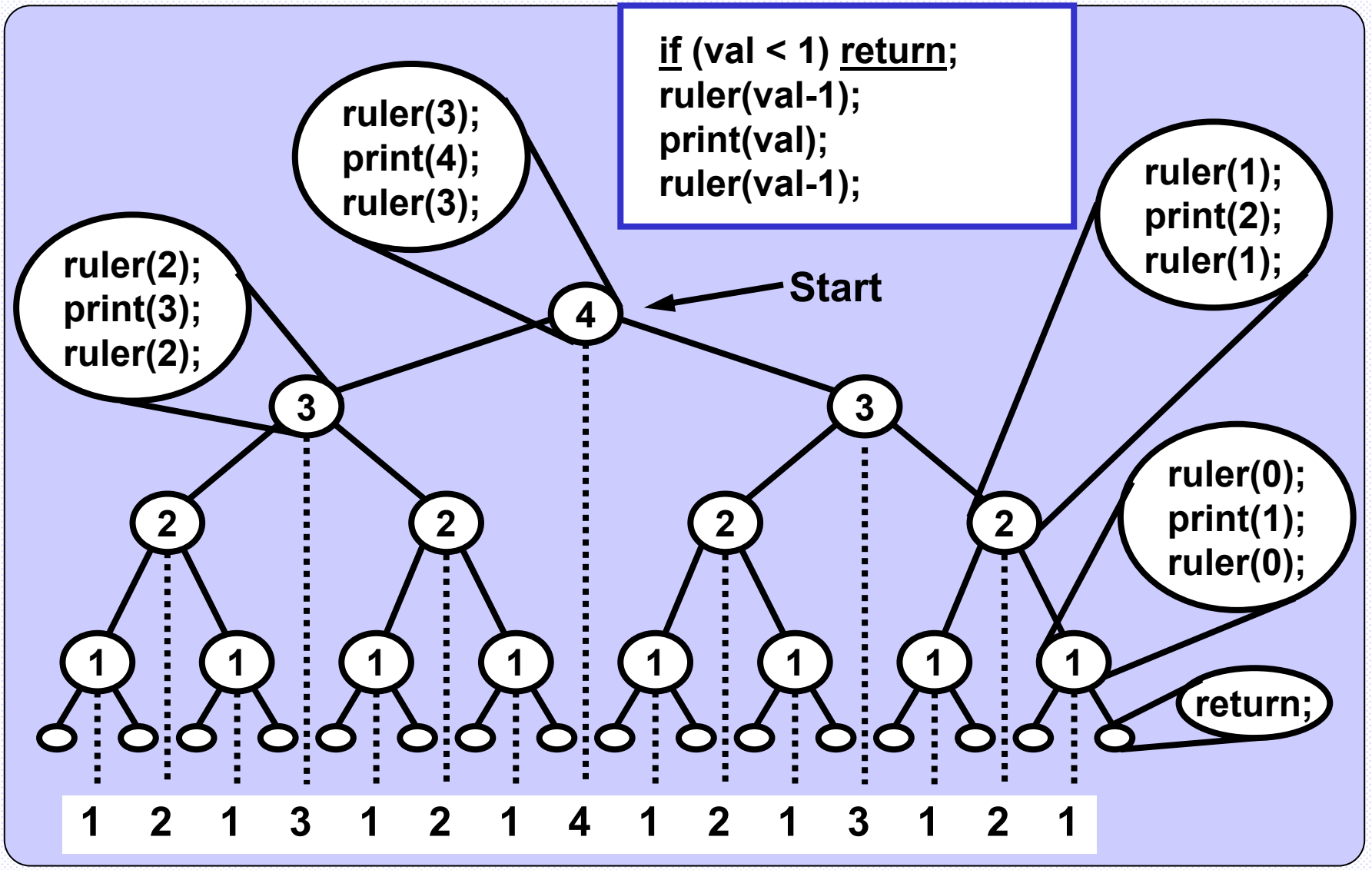
```
void ruler(int val) {
  if (val < 1) return;

  ruler(val-1);
  print(val);
  ruler(val-1);
}
```

```
Call: ruler(4);
```

kód vypisující délky rysek pravítka

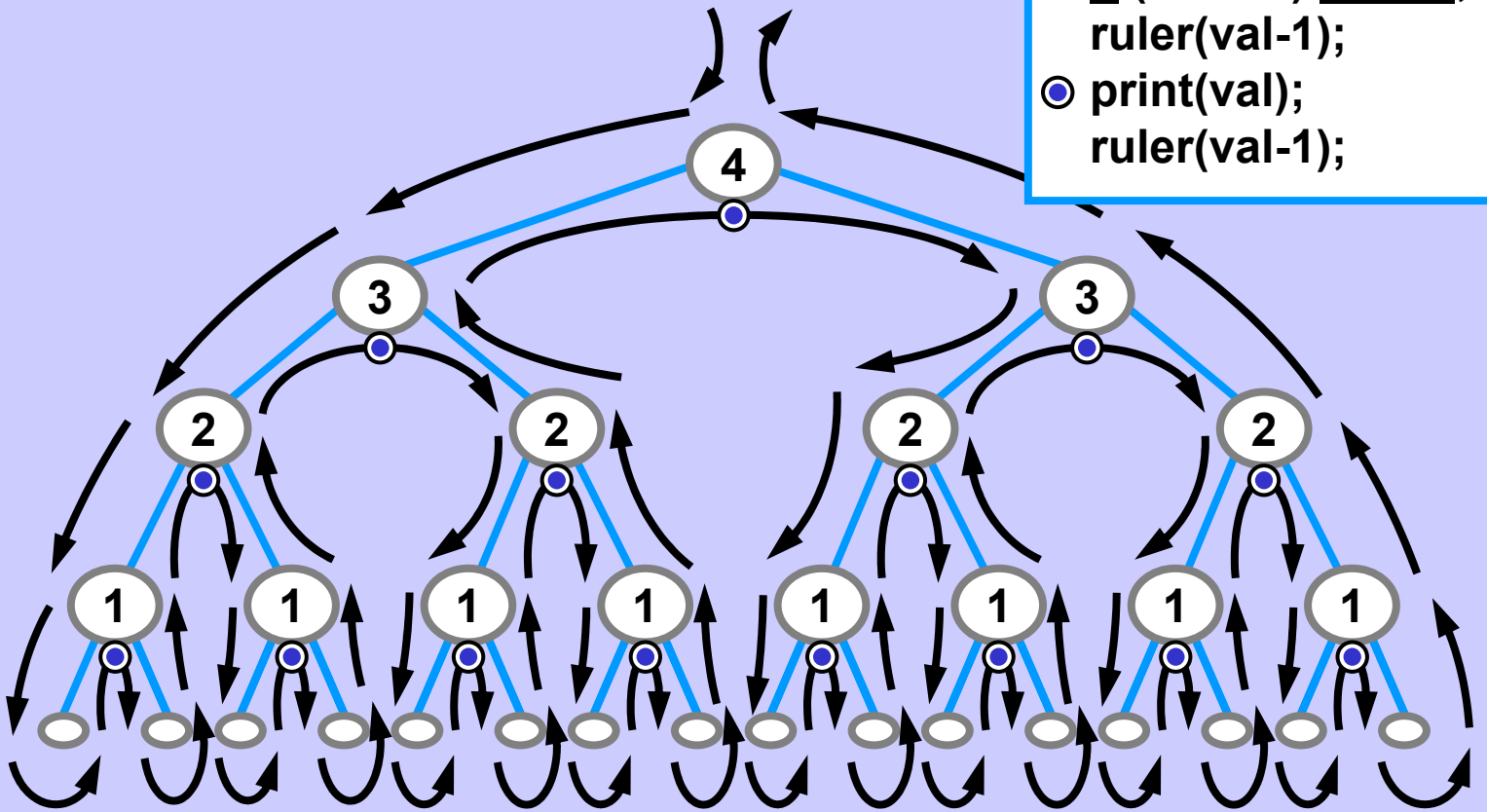
Jednoduchý příklad rekurze

```
if (val < 1) return;
ruler(val-1);
print(val);
ruler(val-1);
```



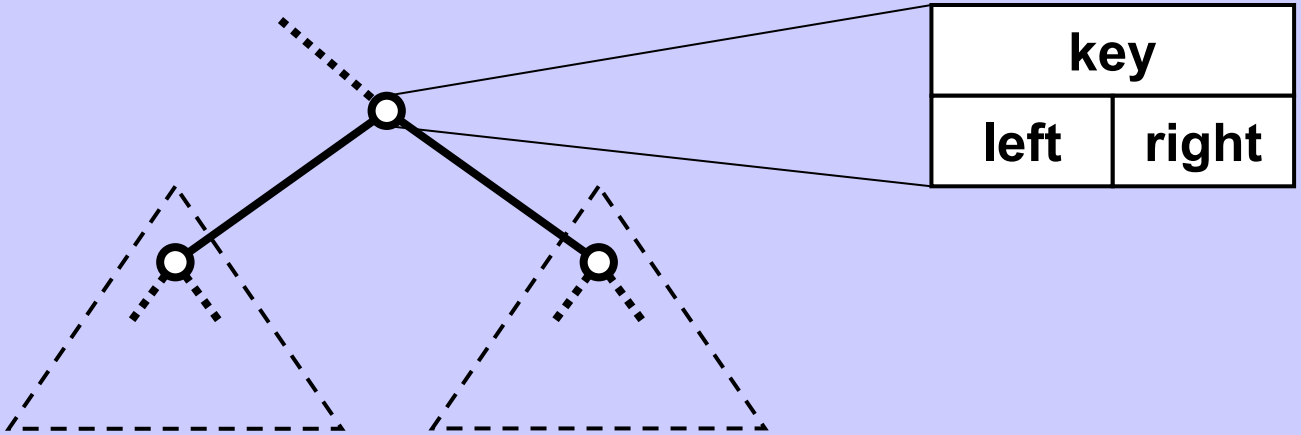
Jednoduchý příklad rekurze

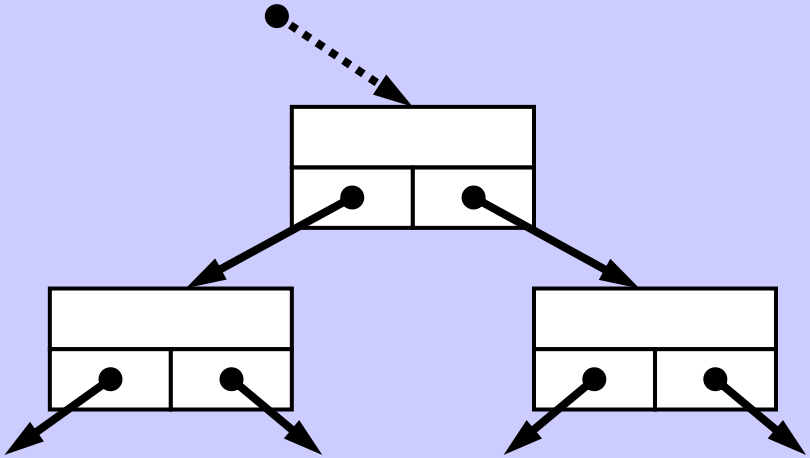
```
if (val < 1) return;
ruler(val-1);
print(val);
ruler(val-1);
```



1 2 1 3 1 2 1 4 1 2 1 3 1 2 1

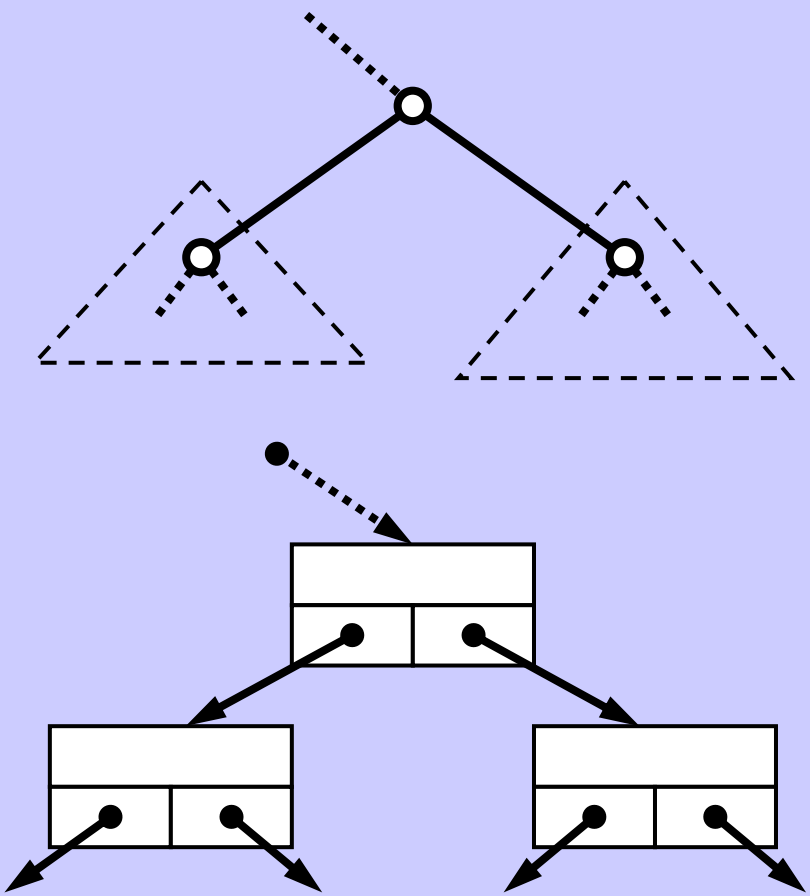
Implementace binárního stromu – C





```
typedef struct node {

   int key;
   struct node *left;
   struct node *right;

} NODE;
```

Implementace binárního stromu – Java



```
public class Node {
  public Node left;
  public Node right;
  public int key;
  public Node(int k) {
    key = k;
    left = null;
    right = null;
  }
}
public class Tree {
  public Node root;
  public Tree() {
    root = null;
  }
}
```

Vybudování náhodného binárního stromu – C

```
NODE *randTree(int depth) {
   NODE *pnode;
   if ((depth <= 0) || (random(10) > 7))
      return  (NULL);                          //stop recursion
   pnode = (NODE *) malloc(sizeof(NODE)); // create node
   if (pnode == NULL) {
      printf("%s", "No memory.");
      return NULL;
      }
  pnode->left = randTree(depth-1);      // make left subtree
  pnode->key = random(100);             // some value
  pnode->right = randTree(depth-1);     // make right subtree
  return pnode;                         // all done
 }
```

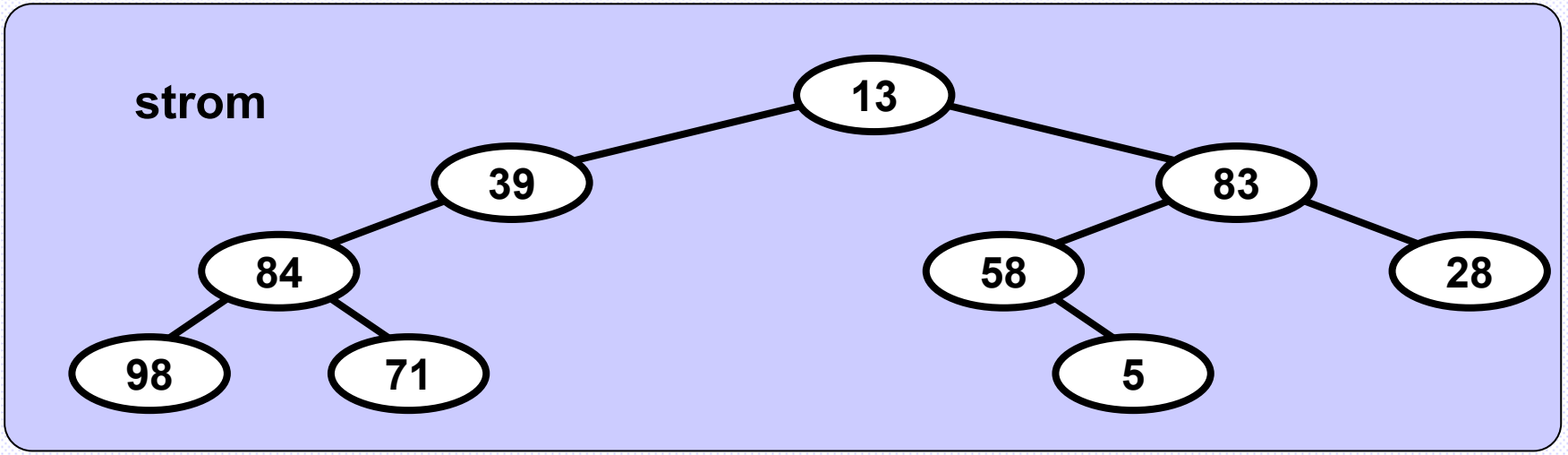
```
NODE *root;
root = randTree(4);
```

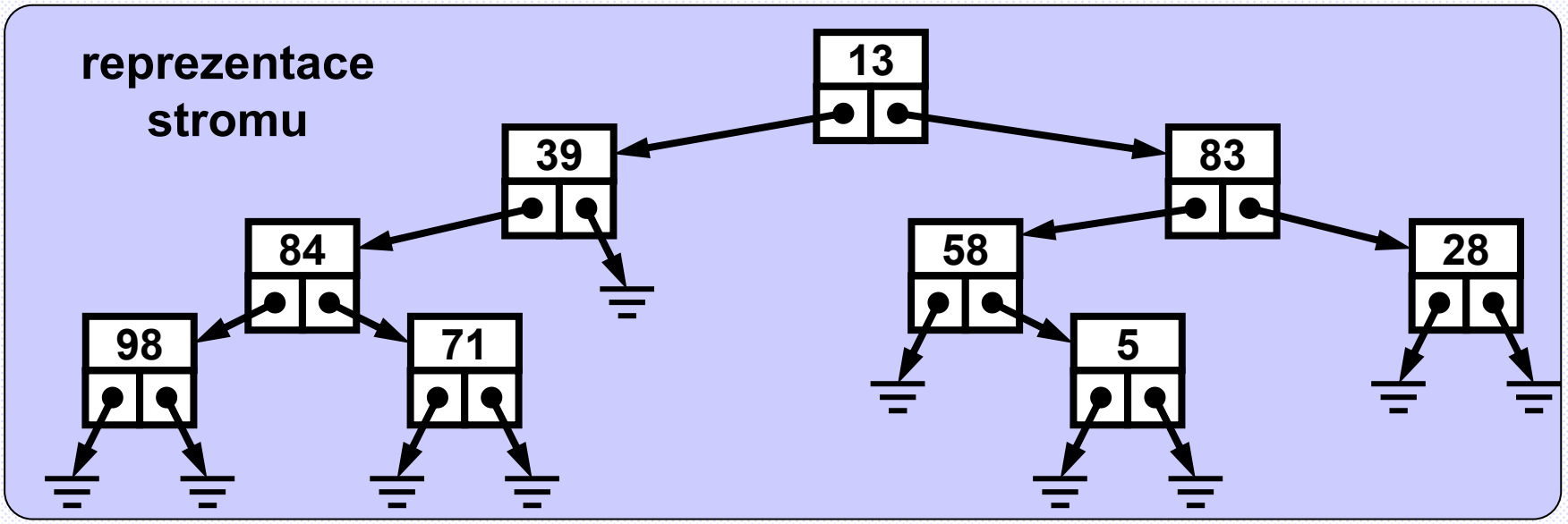
Vybudování náhodného binárního stromu – Java

```
public Node randTree(int depth) {
  Node node;
  if ((depth <= 0) || ((int) Math.random()*10 > 7)
     return null;
                              // create node with a key value
  node = new Node((int)(Math.random()*100));

  node.left = randTree(depth-1);  // make left subtree
  node.right = randTree(depth-1); // make right subtree
  return node;                    // all done
}
```

```
Node root;
root = randTree(4);
```

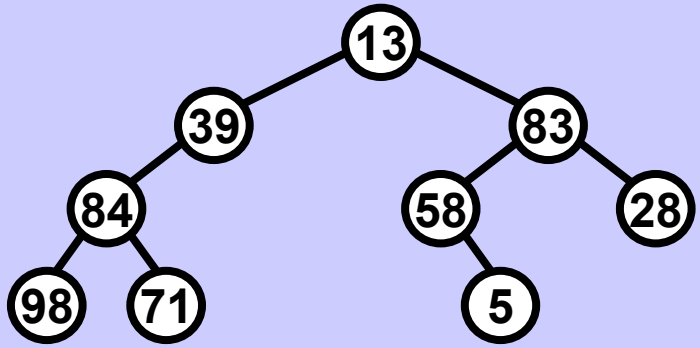
Náhodný binární strom





Průchod stromem v pořadí Inorder

Strom



Průchod stromem v pořadí INORDER

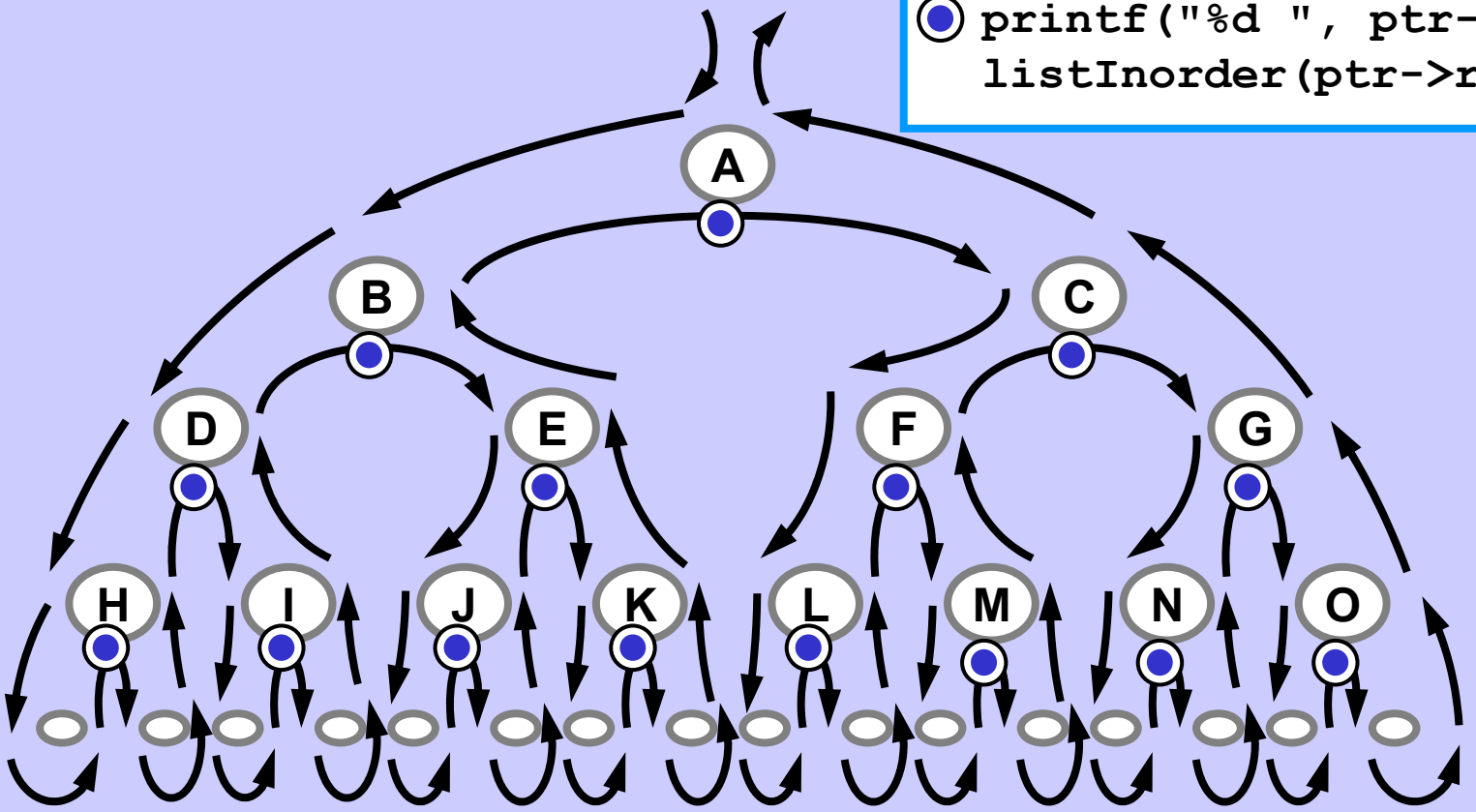
```
void listInorder( NODE *ptr) {
  if (ptr == NULL) return;
  listInorder(ptr->left);
  printf("%d ", ptr->key);
  listInorder(ptr->right);
}
```

Výstup

98 84 71 39 13 58 5 83 28

Rekurzivní pohyb v průchodu Inorder

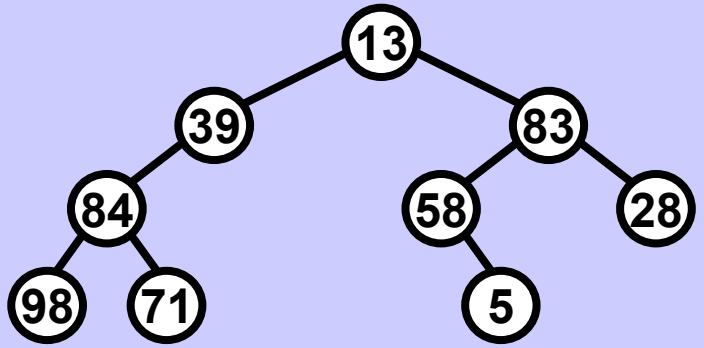
```
listInorder(ptr->left);
printf("%d ", ptr->key);
listInorder(ptr->right);
```



H D I B J E K A L F M C N G O

Průchod stromem v pořadí Preorder

Strom



Průchod stromem v pořadí PREORDER

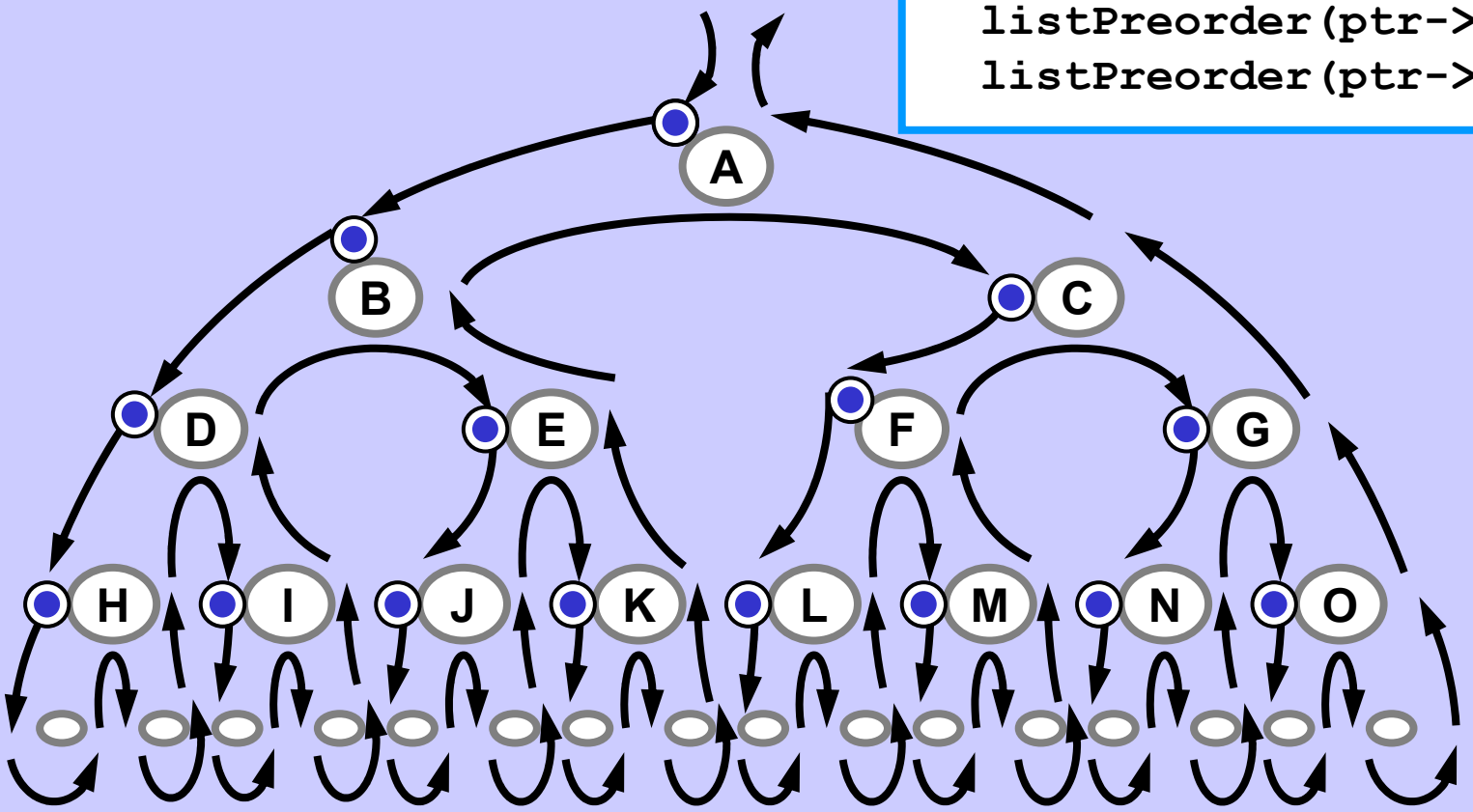
```
void listPreorder( NODE *ptr) {
  if (ptr == NULL) return;
  printf("%d ", ptr->key);
  listPreorder(ptr->left);
  listPreorder(ptr->right);
}
```

Výstup

13 39 84 98 71 83 58 5 28

Rekurzivní pohyb v průchodu Preorder

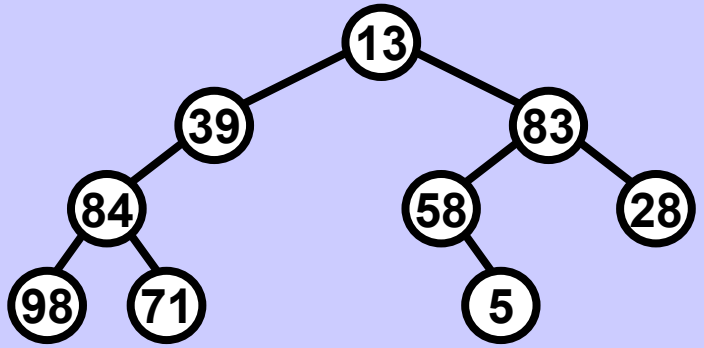
```
printf("%d ", ptr->key);
listPreorder(ptr->left);
listPreorder(ptr->right);
```



A B D H I E J K C F L M G N O

Průchod stromem v pořadí Postorder

Strom



Průchod stromem v pořadí POSTORDER

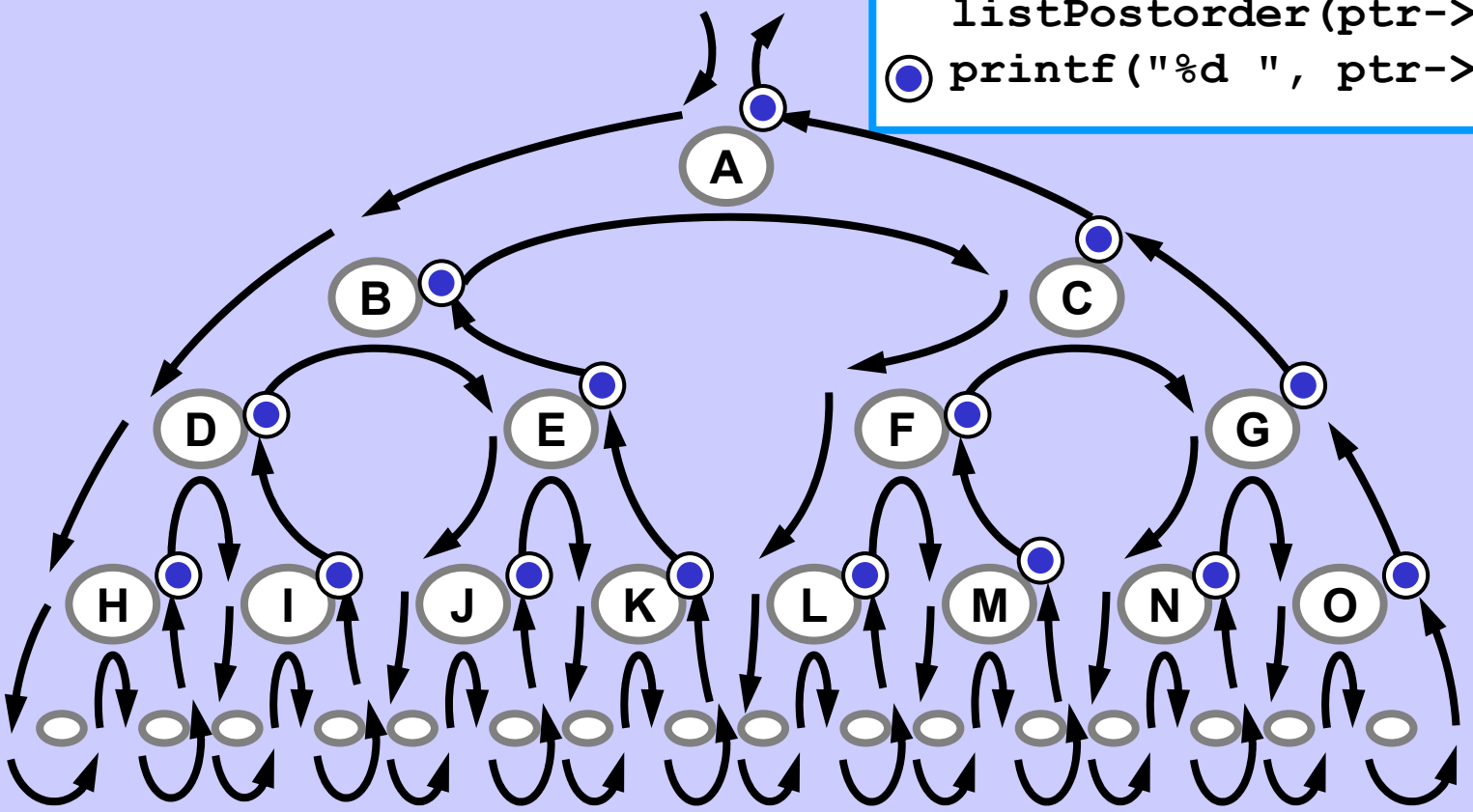
```
void listPostorder( NODE *ptr) {
  if (ptr == NULL) return;
  listPostorder(ptr->left);
  listPostorder(ptr->right);
  printf("%d ", ptr->key);
}
```

Výstup

98 71 84 39 5 58 28 83 13

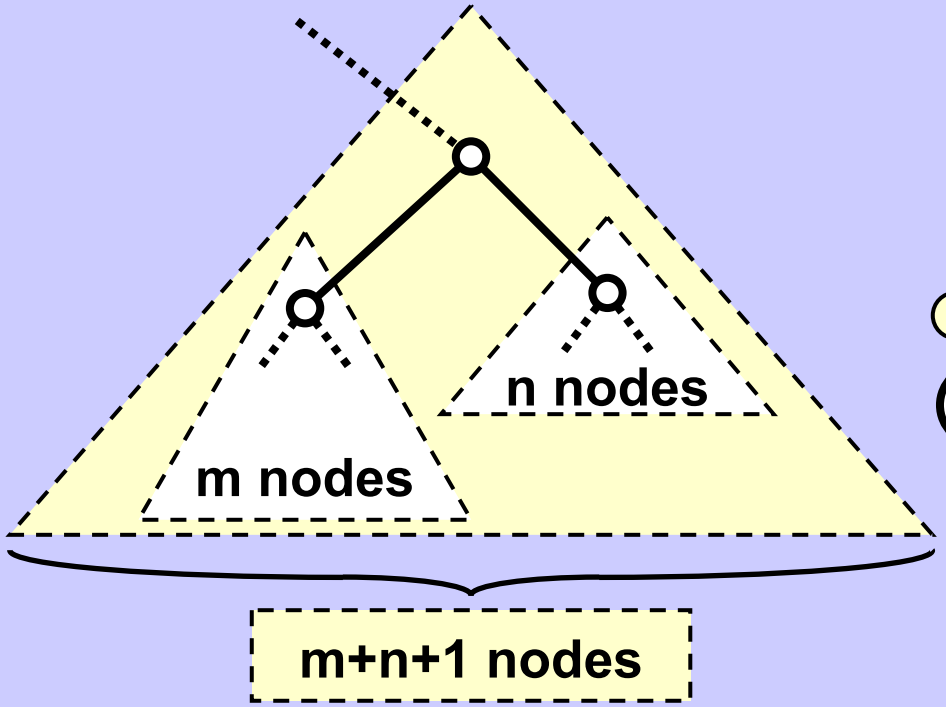
Rekurzivní pohyb v průchodu Postorder

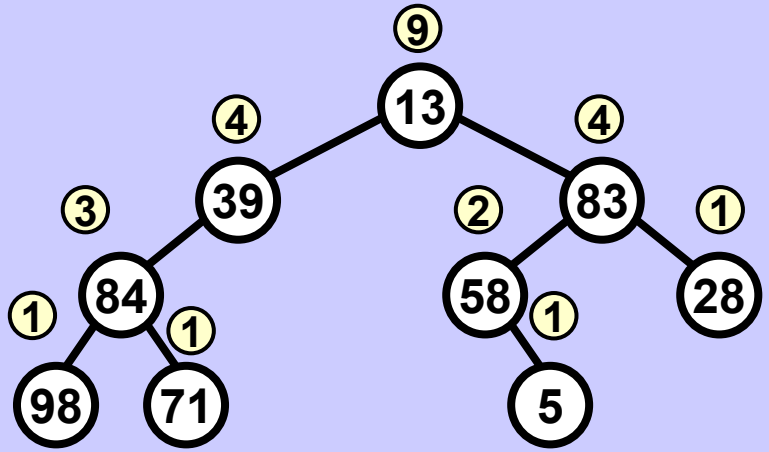
```
listPostorder(ptr->left);
listPostorder(ptr->right);
printf("%d ", ptr->key);
```



H I D J K E B L M F N O G C A

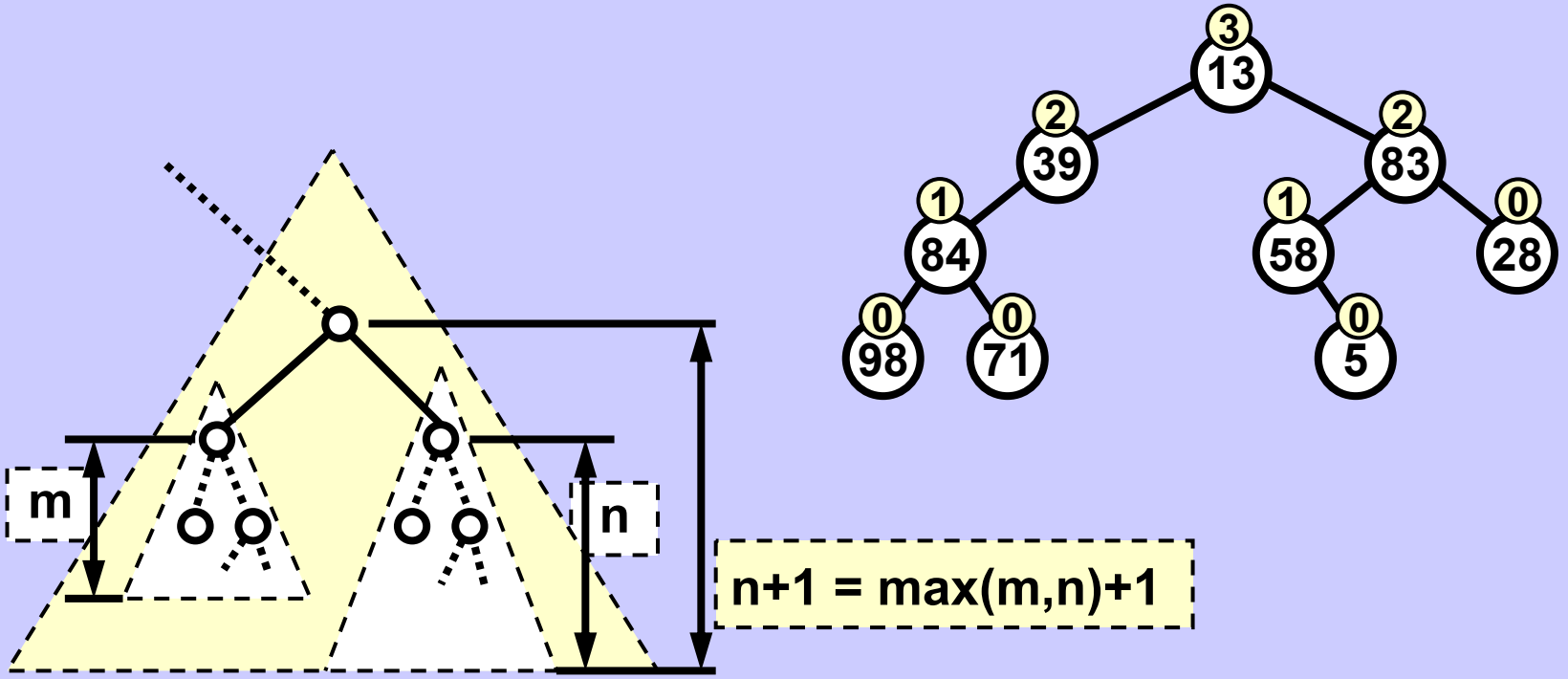
Velikost stromu rekurzivně





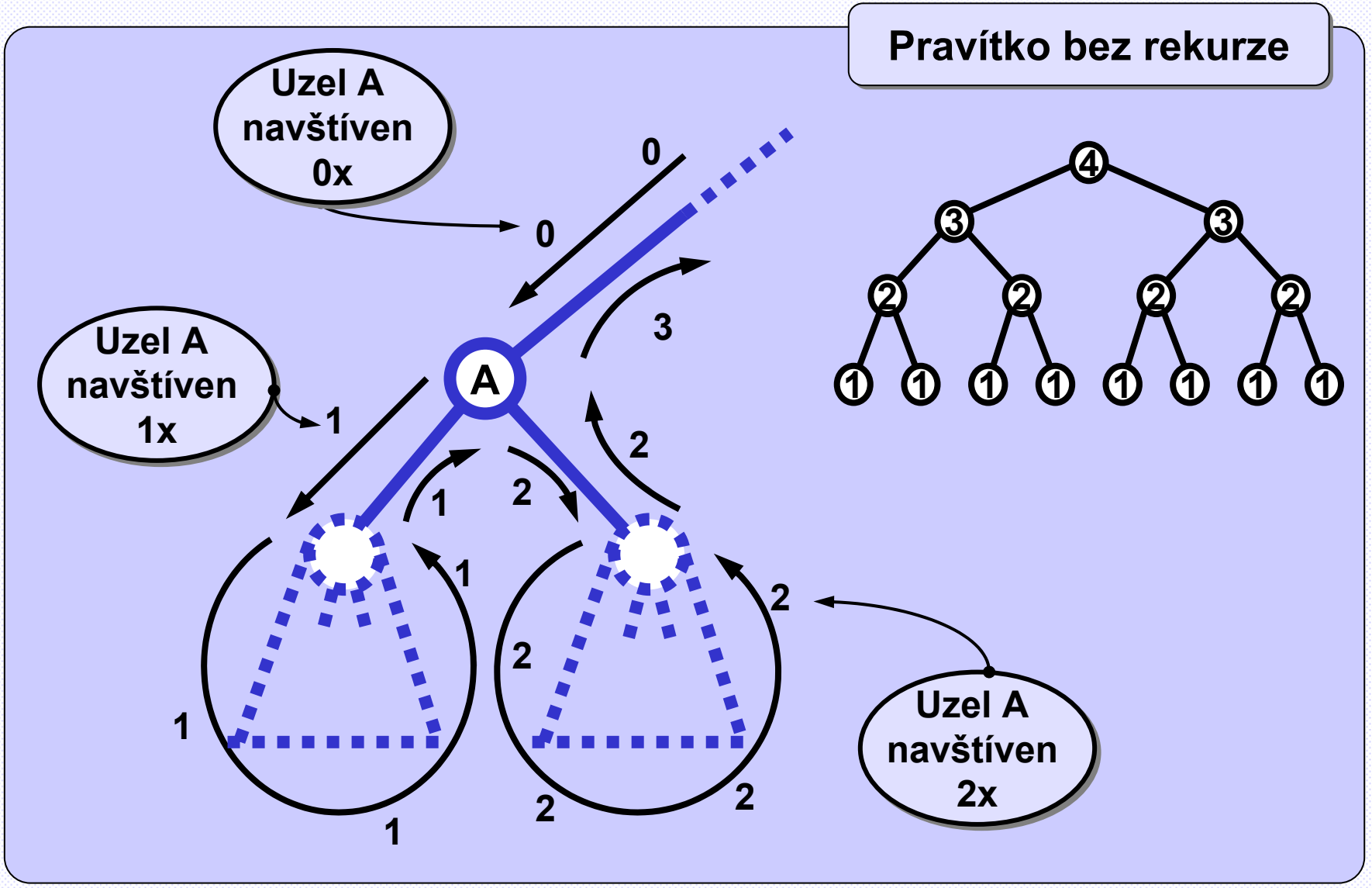

```
int count(NODE *ptr) {
  if (ptr == NULL) return (0);
  return (count(ptr->left) + count(ptr->right)+1);
}
```

Hloubka stromu rekurzivně

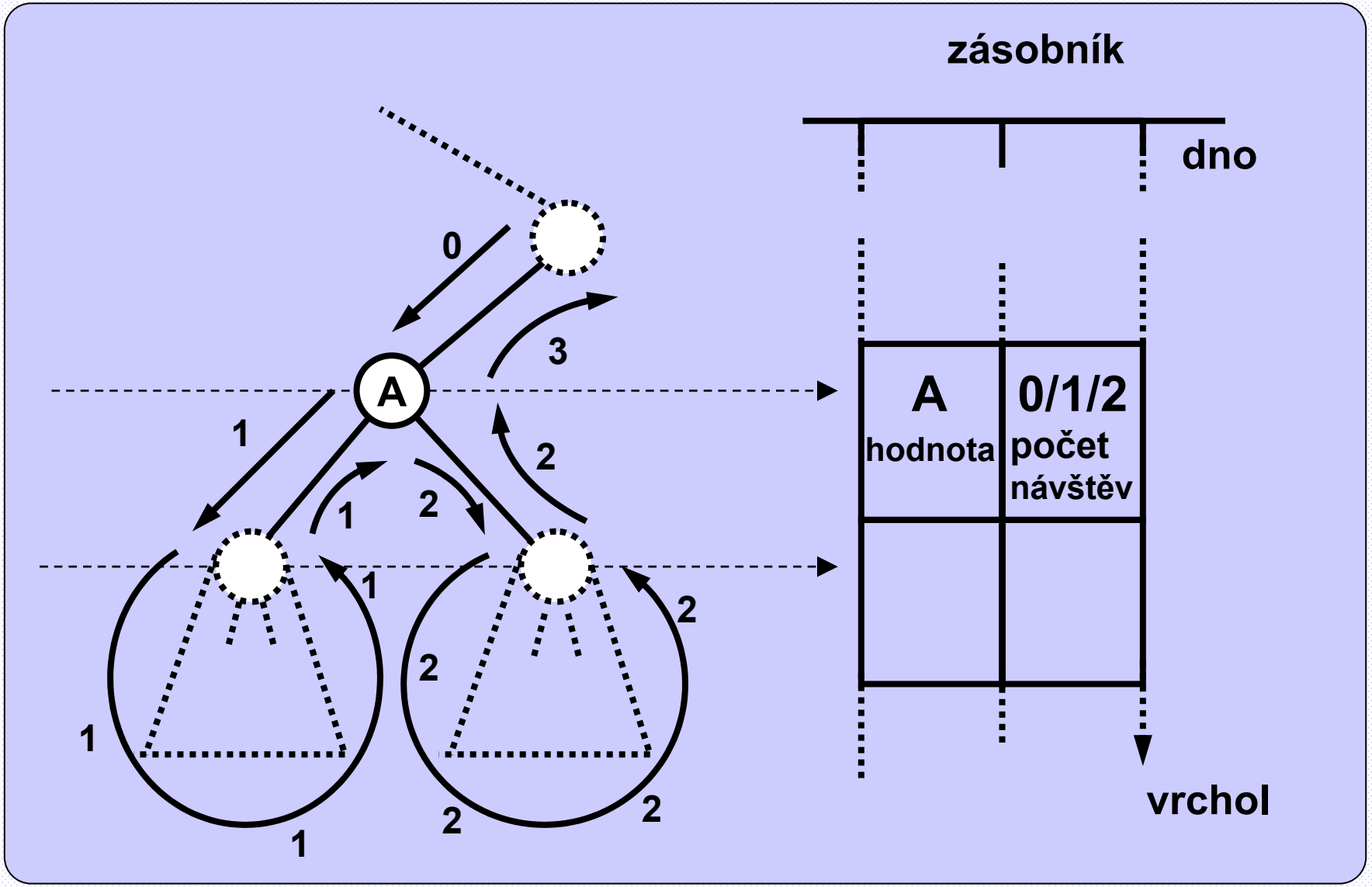



```
int depth(NODE *ptr) {
  if (ptr == NULL) return (-1);
  return ( max(depth(ptr->left), depth(ptr->right) )+1 );
}
```

Zásobník implementuje rekurzi



Zásobník implementuje rekurzi



Zásobník implementuje rekurzi

Standardní strategie

Při používání zásobníku:

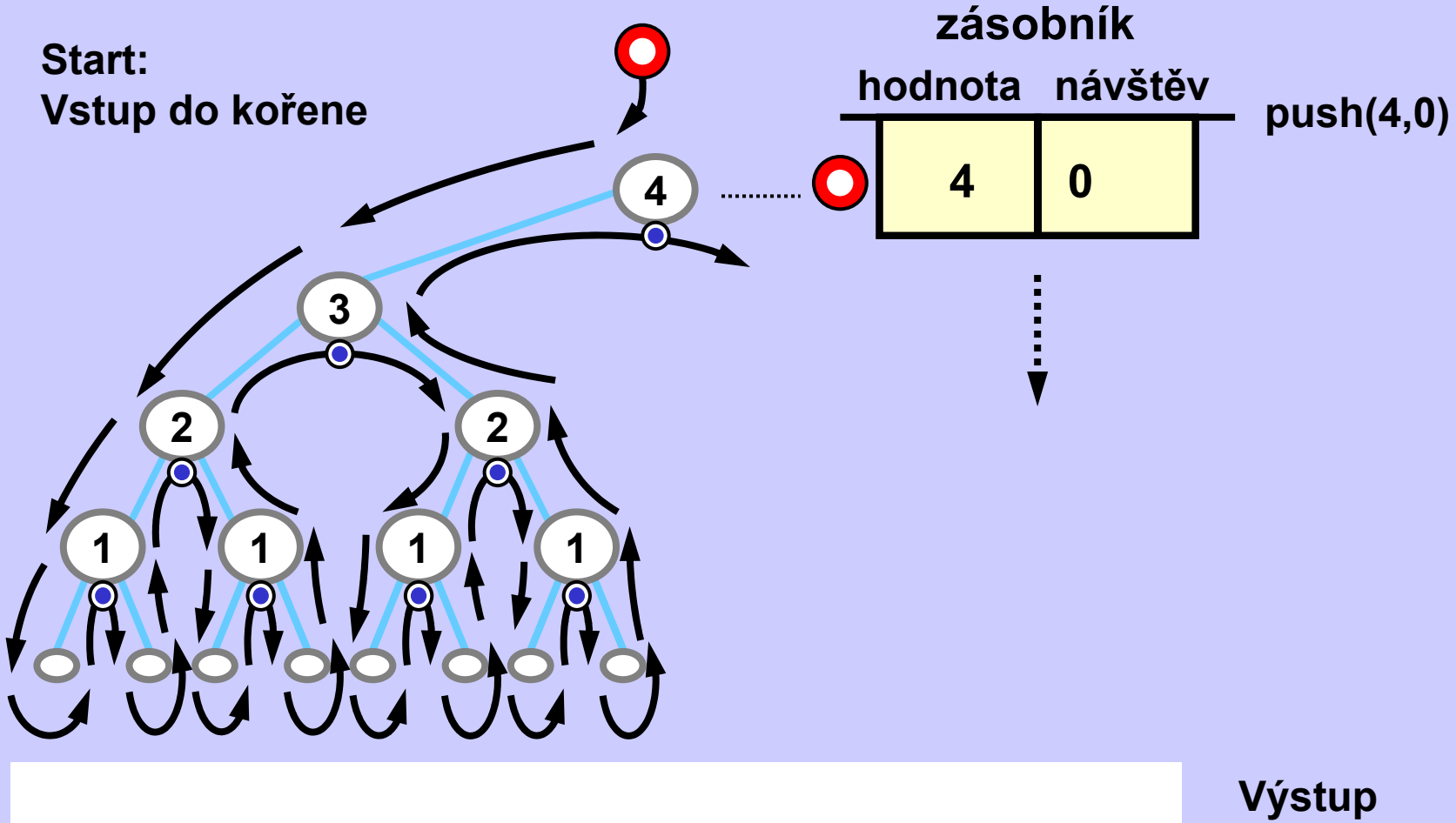
Je-li to možné, zpracovávej jen data ze zásobníku.

Standardní postup

Ulož první uzel (první zpracovávaný prvek) do zásobníku.
Každý další uzel (zpracovávaný prvek) ulož také na zásobník.
Zpracovávej vždy pouze uzel na vrcholu zásobníku.
Když jsi s uzlem (prvkem) hotov, ze zásobníku ho odstraň.
Skonči, když je zásobník prázdný.

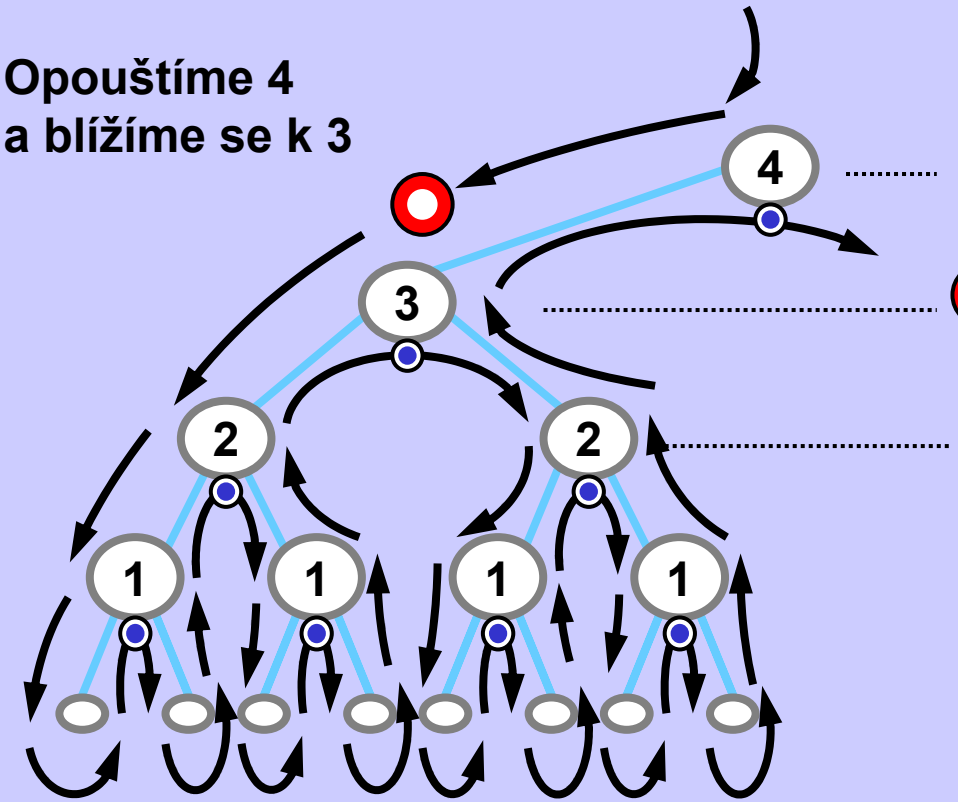
Zásobník implementuje rekurzi

Každý záběr v následující sekvenci předvádí situaci PŘED zpracováním uzlu.



Zásobník implementuje rekurzi

Opouštíme 4
a blížíme se k 3



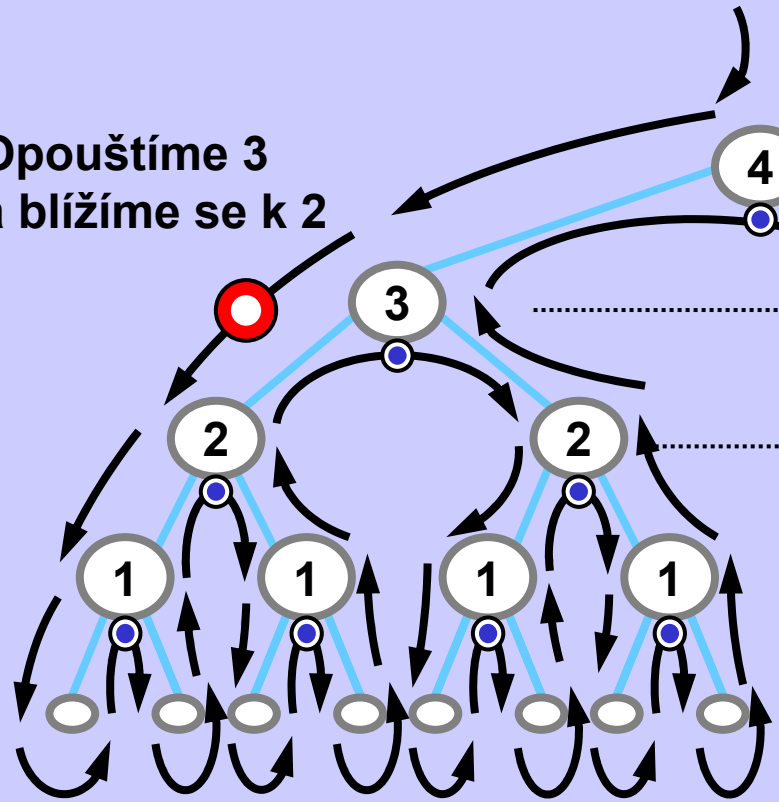
zásobník

hodnota	návštěv
4	1
3	0

push(3,0)

Výstup

Zásobník implementuje rekurzi



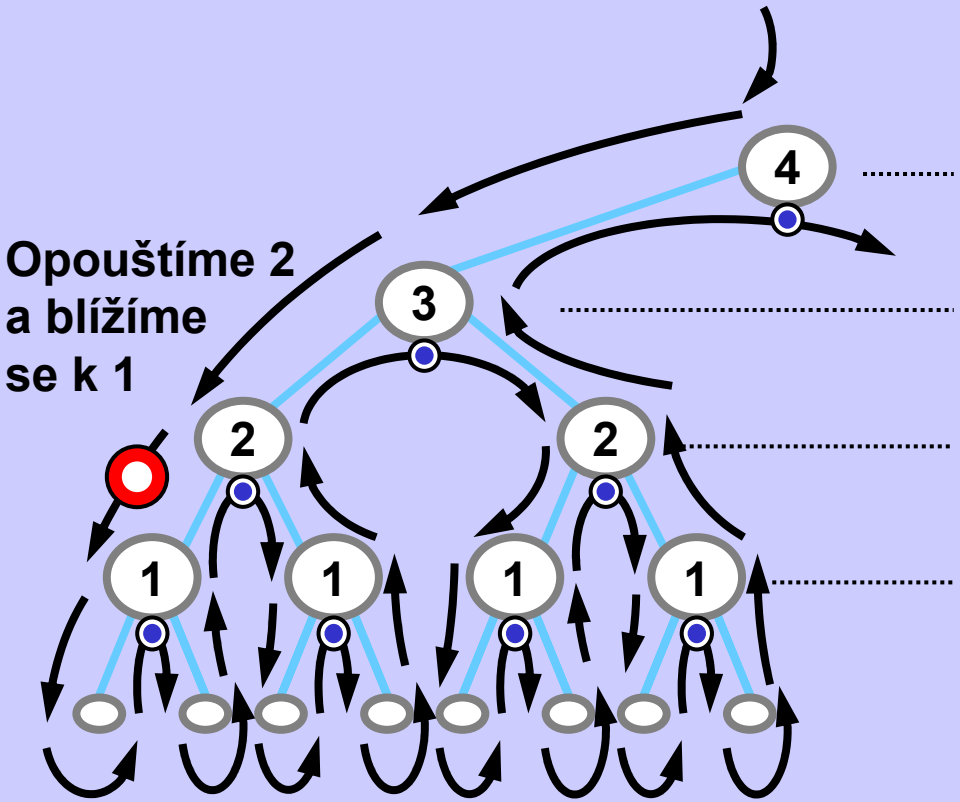
zásobník

hodnota	návštěv
4	1
3	1
2	0

push(2,0)

Výstup

Zásobník implementuje rekurzi



Opouštíme 2
a blížíme
se k 1

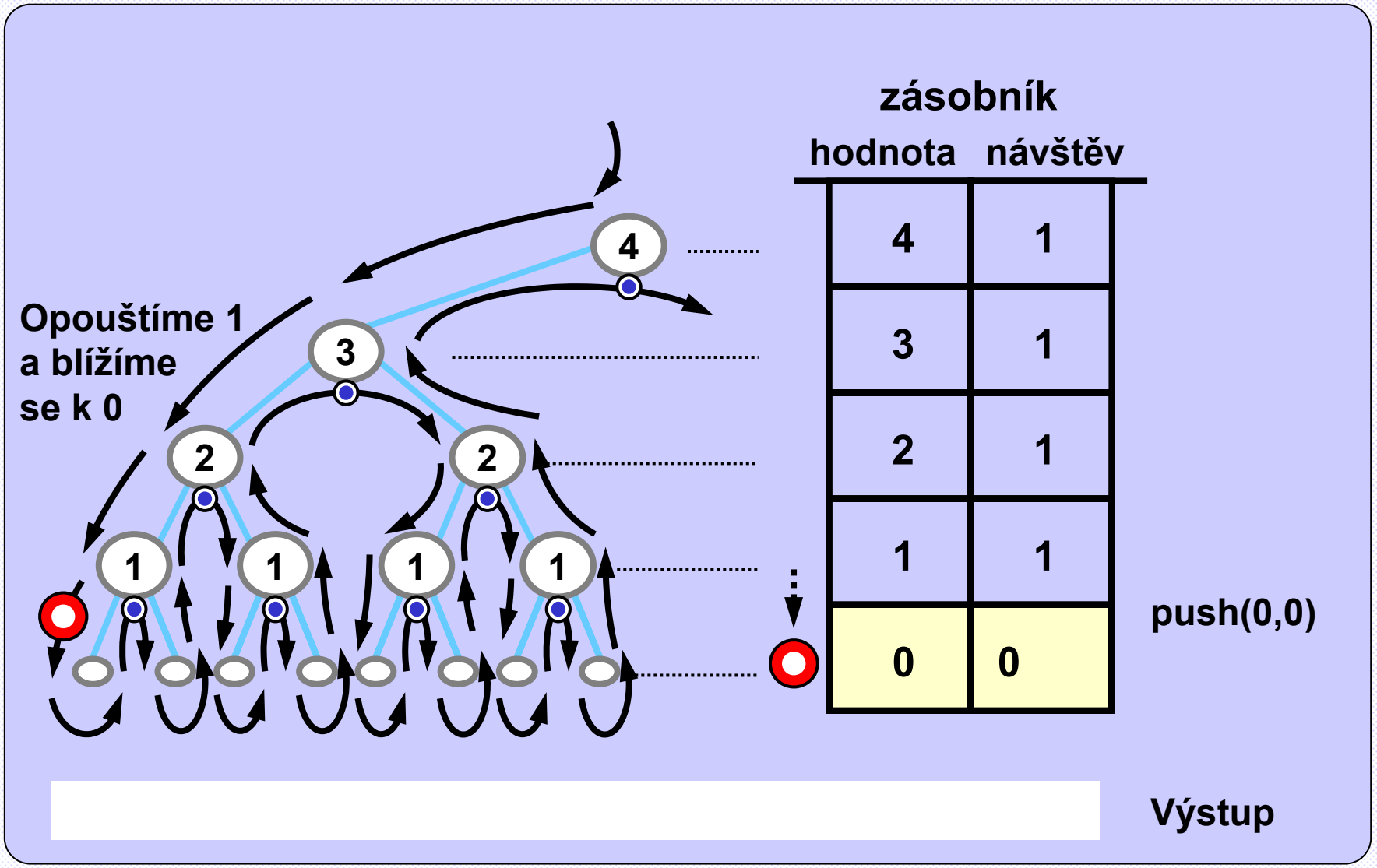
zásobník

hodnota	návštěv
4	1
3	1
2	1
1	0

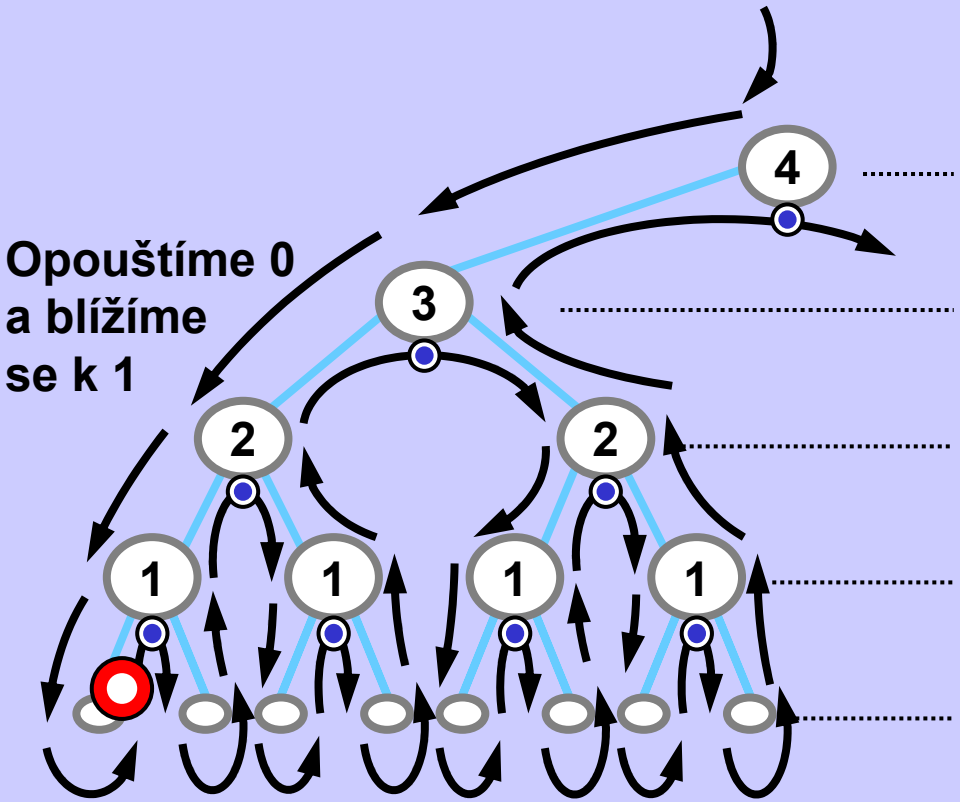
push(1,0)

Výstup

Zásobník implementuje rekurzi



Zásobník implementuje rekurzi



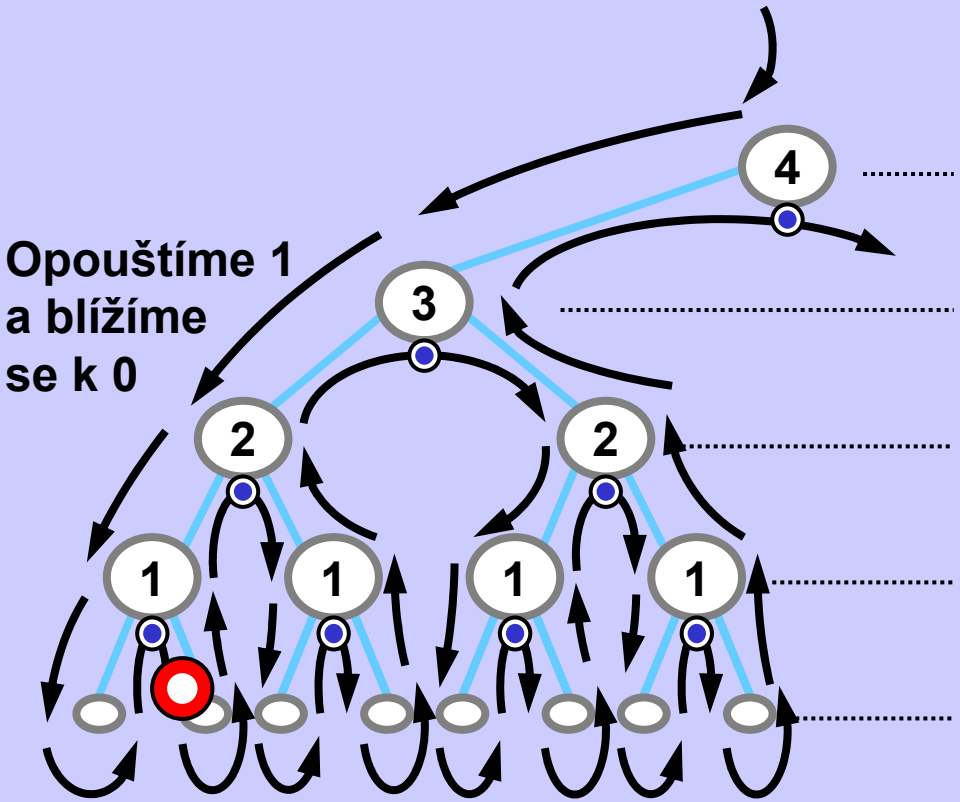
zásobník

hodnota	návštěv
4	1
3	1
2	1
1	1
0	0

pop()

Výstup

Zásobník implementuje rekurzi



zásobník

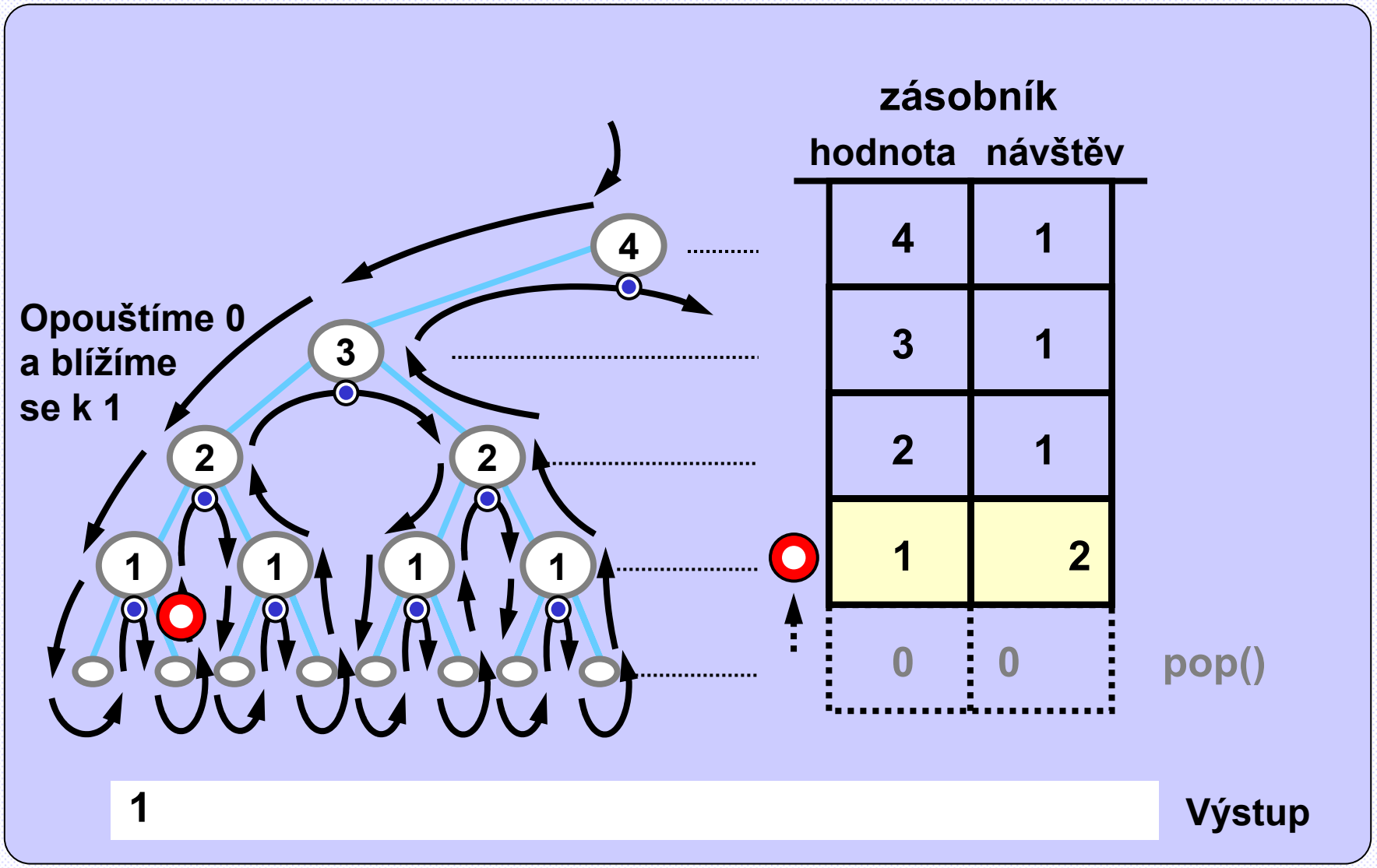
hodnota	návštěv
4	1
3	1
2	1
1	2
0	0

push(0,0)

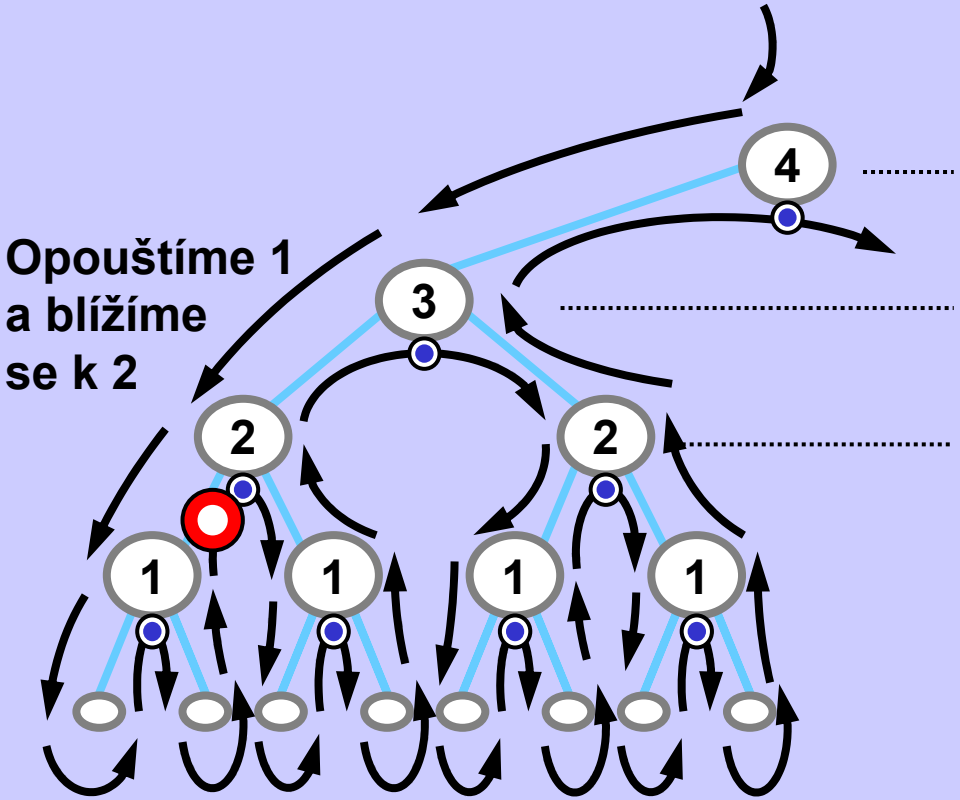
1

Výstup

Zásobník implementuje rekurzi



Zásobník implementuje rekurzi



zásobník

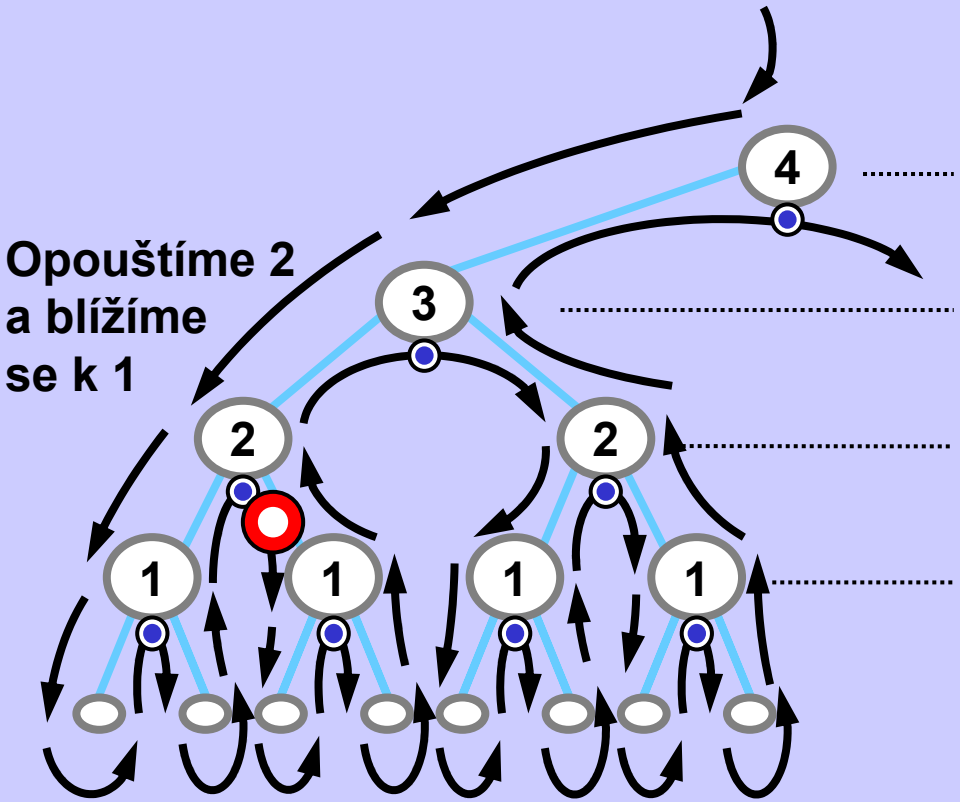
hodnota	návštěv
4	1
3	1
2	1
1	2

pop()

1

Výstup

Zásobník implementuje rekurzi



zásobník

hodnota	návštěv
4	1
3	1
2	2
1	0

push(1,0)

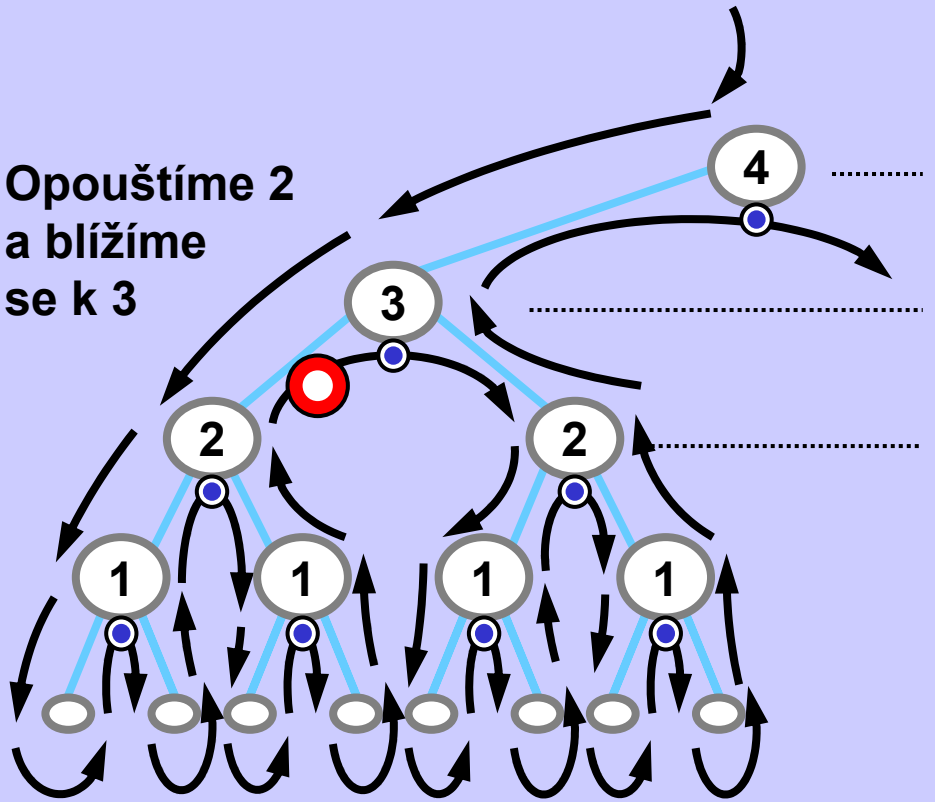
1 2

Výstup

atd…

Zásobník implementuje rekurzi

… po chvíli …



zásobník

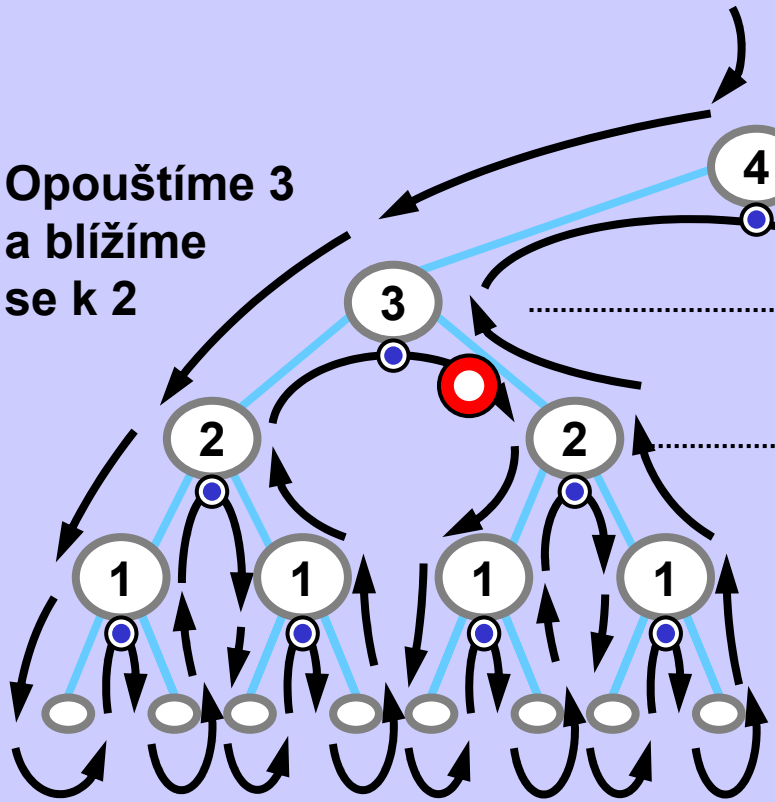
hodnota	návštěv
4	1
3	1
2	2

pop()

1 2 1

Výstup

Zásobník implementuje rekurzi



zásobník

hodnota	návštěv
4	1
3	2
2	0

push(2,0)

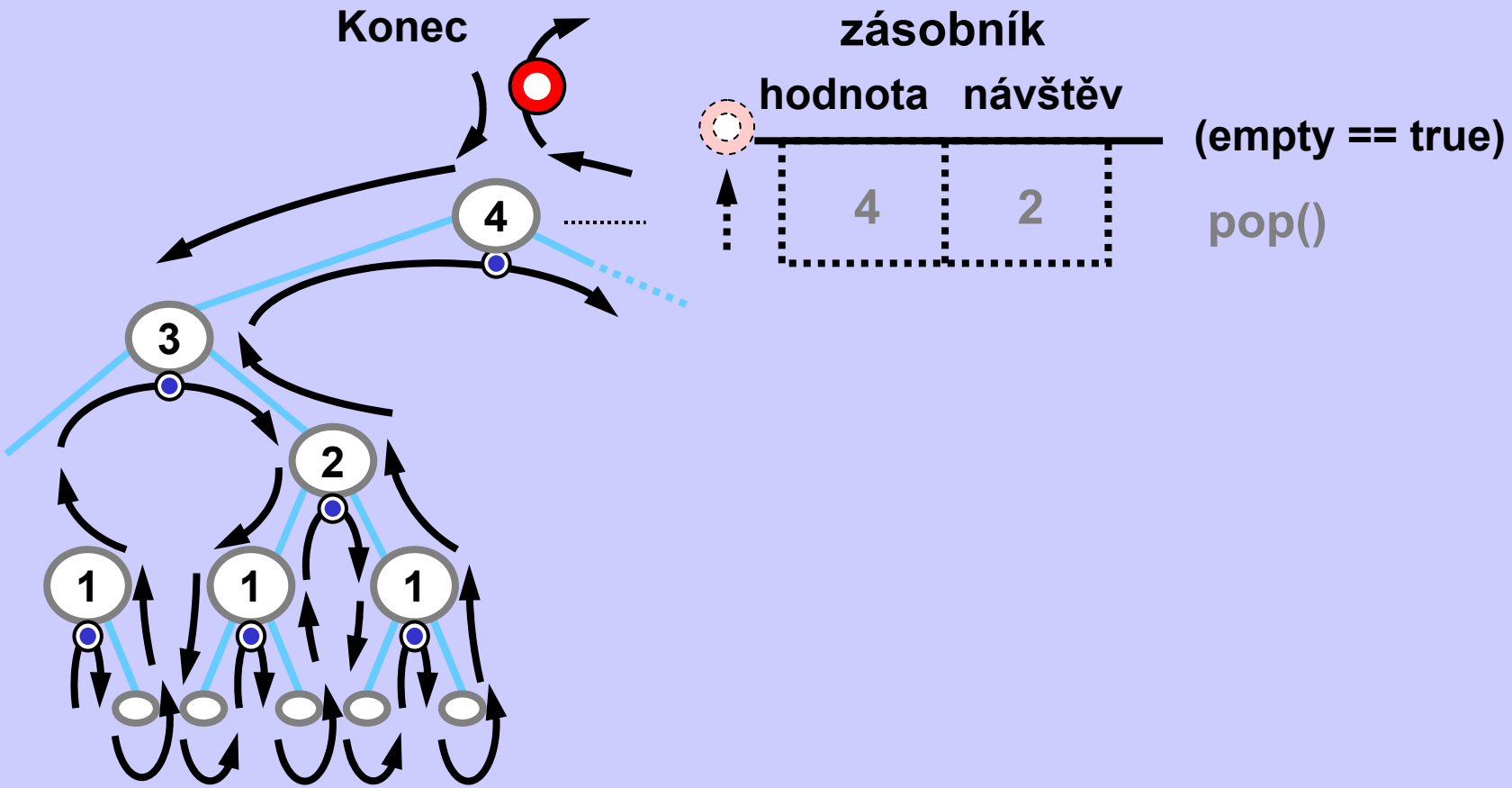
1 2 1 3

Výstup

atd…

Zásobník implementuje rekurzi

… a je hotovo



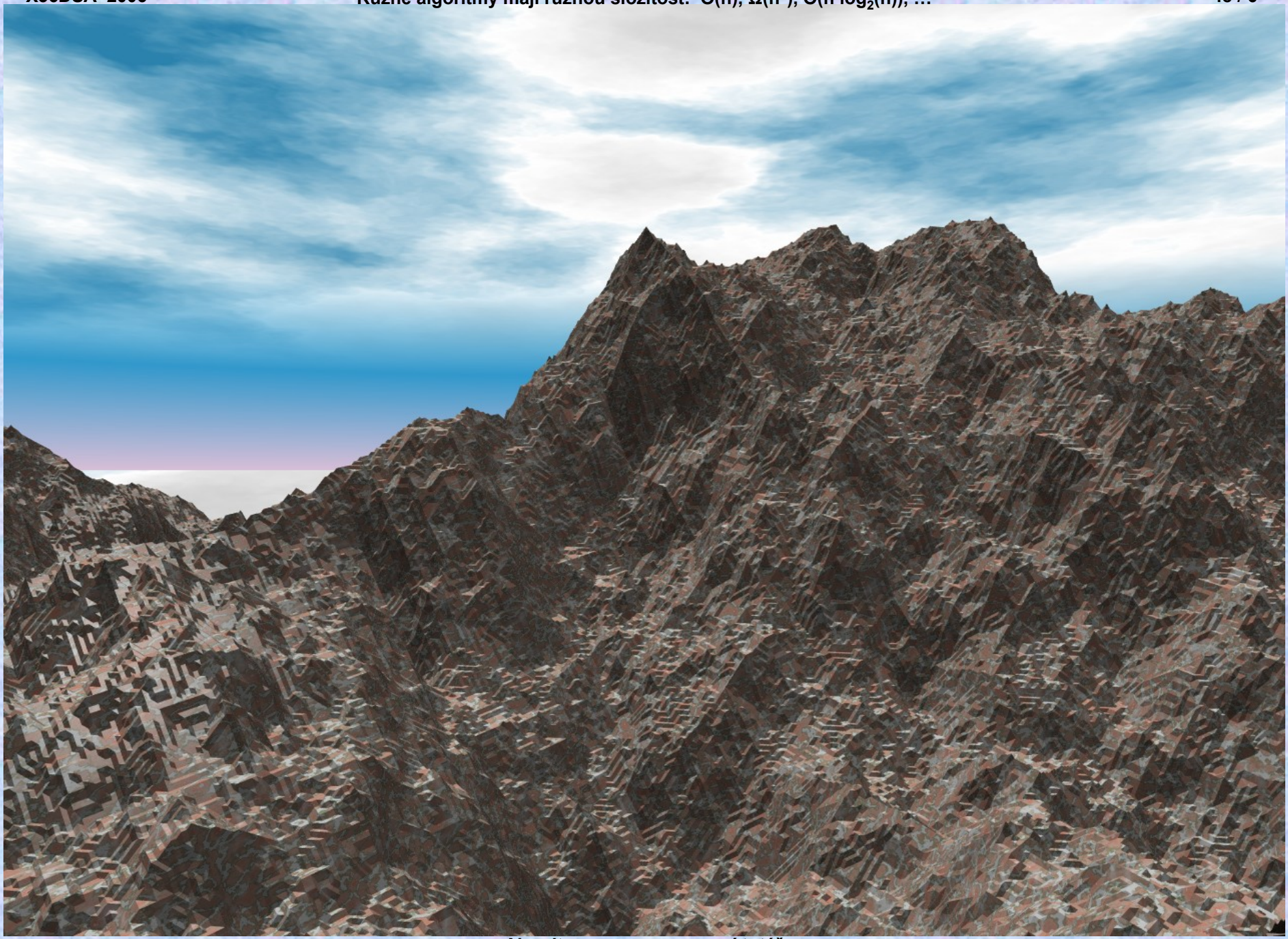
1 2 1 3 1 2 1 4 1 2 1 3 1 2 1 Výstup

Zásobník implementuje rekurzi

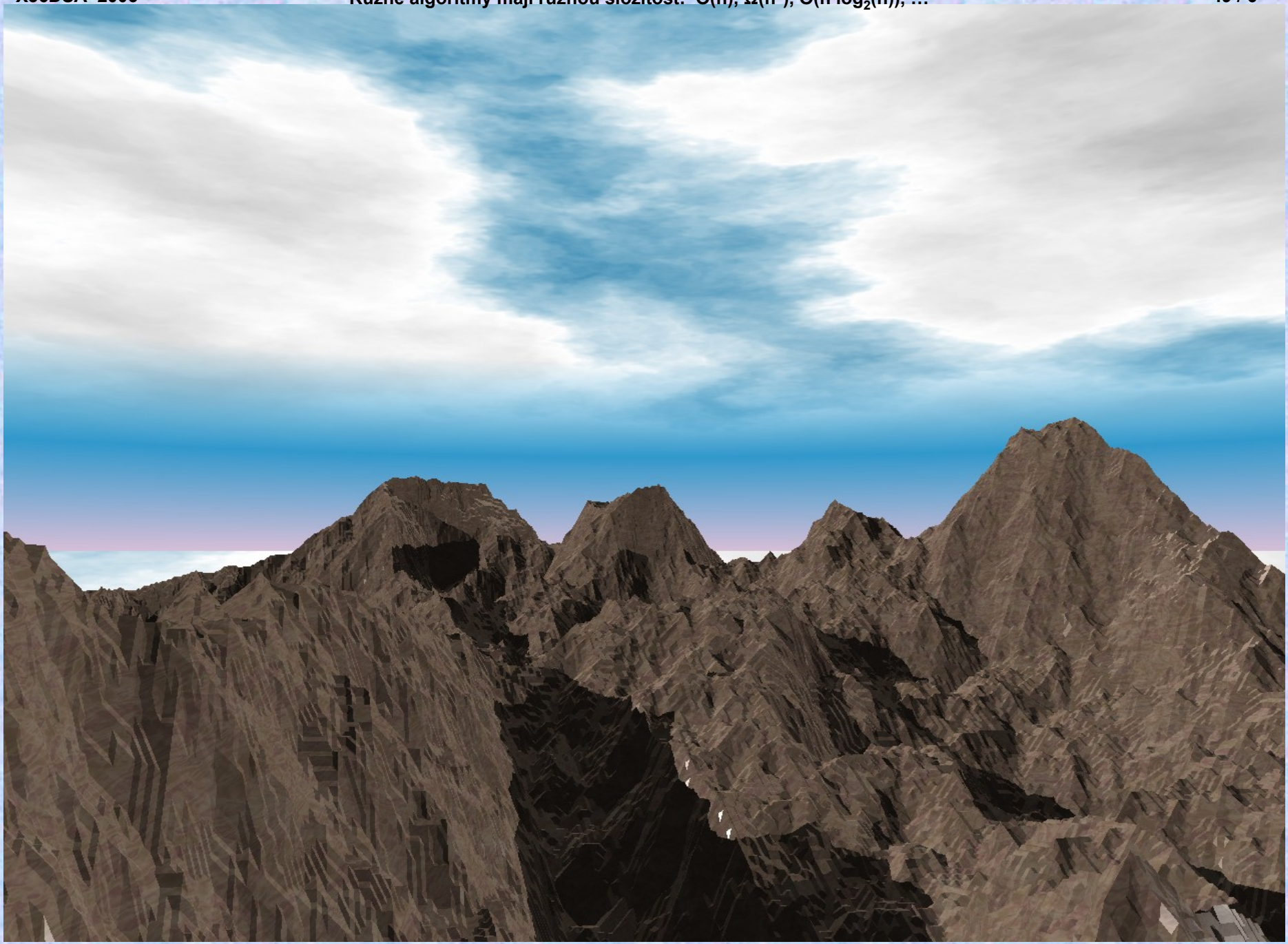
```
// Rekurzivní pravítko bez rekurzivníhop volání
// Pseudokód (skoro kód :-))

while (stack.empty() == false) {
      if (stack.top.hodnota == 0) stack.pop();
      if (stack.top.navstev == 0) {
          stack.top.navstev++;
          stack.push(stack.top.hodnota-1,0);
          }
      if (stack.top.navstev == 1) {
          print(stack.top.hodnota);
          stack.top.navstev++;
          stack.push(stack.top.hodnota-1,0);
          }
      if (stack.top.navstev==2) stack.pop();
      }
```

Zásobník implementuje rekurzi

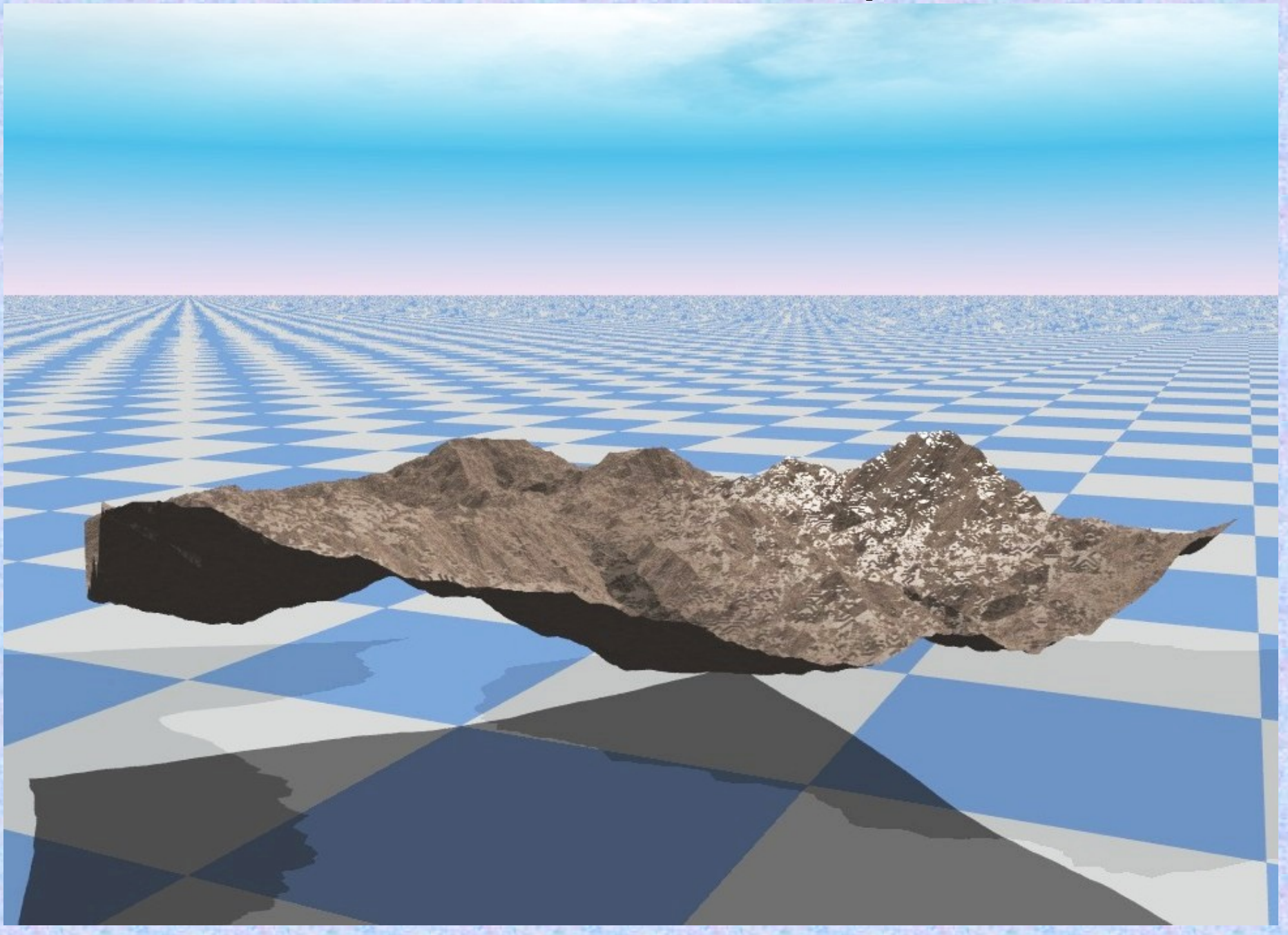
```
int zasHodn[10];  int zasNavst[10];  int SP;
                                    // SP = Stack Pointer
void ruler2() {
  while (SP >= 0) {
    if (zasHodn[SP] == 0) SP--;          // pop
    if (zasNavst[SP] == 0) {             // první návštěva
       zasNavst[SP]++; SP++;
       zasHodn[SP] = zasHodn[SP-1]-1;    // jdi doleva
       zasNavst[SP] = 0;
    }
    if (zasNavst[SP] == 1) {             // druhá návštěva
       printf("%d%s", zasHodn[SP], " ");// zpracuj uzel
       zasNavst[SP]++; SP++;
       zasHodn[SP] = zasHodn[SP-1]-1;    // jdi dopreva
       zasNavst[SP] = 0;
    }
    if (zasNavst[SP] == 2) SP --;        // pop: uzel hotov
} }
```



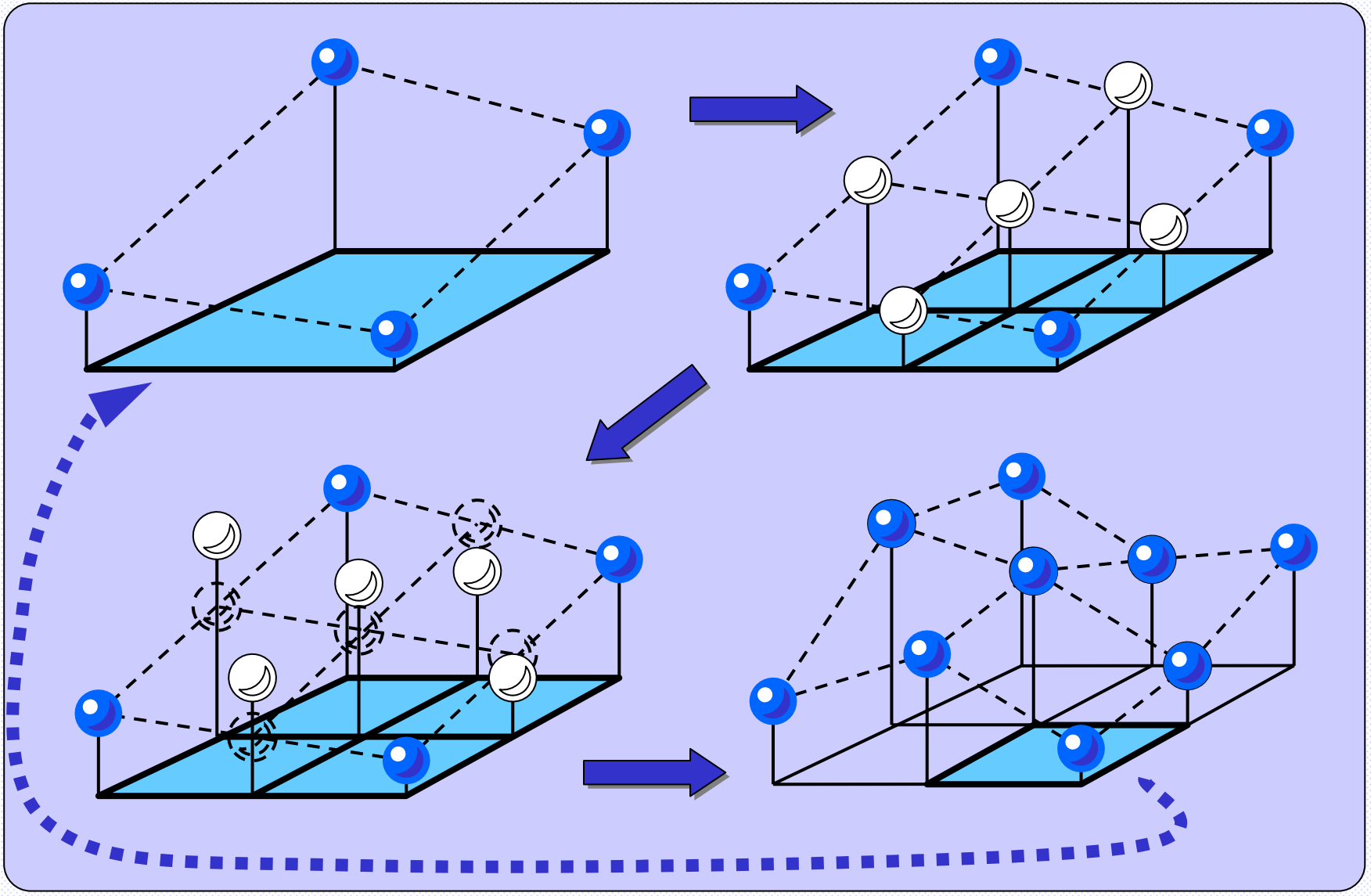
Algoritmus a program není totéž



Algoritmus a program není totéž

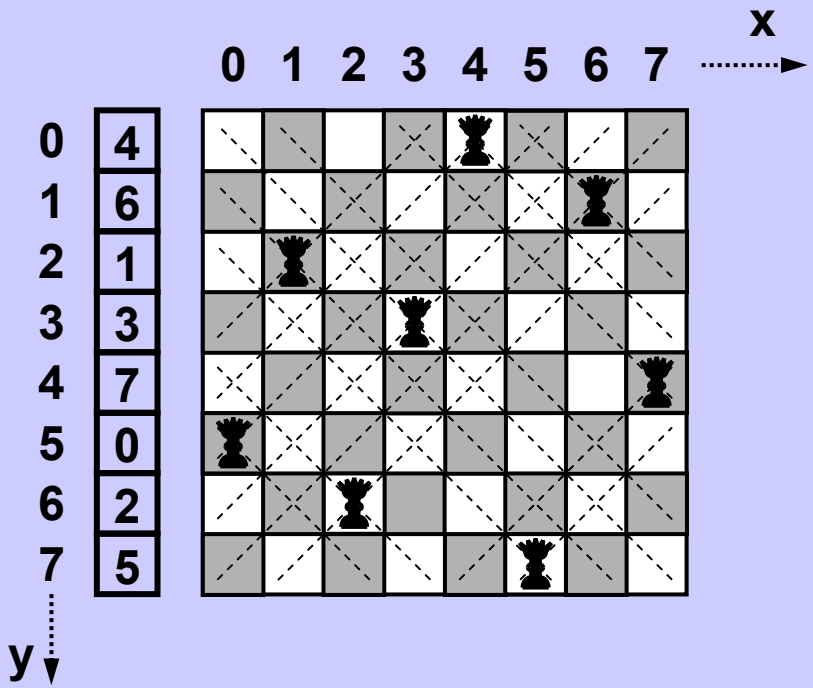


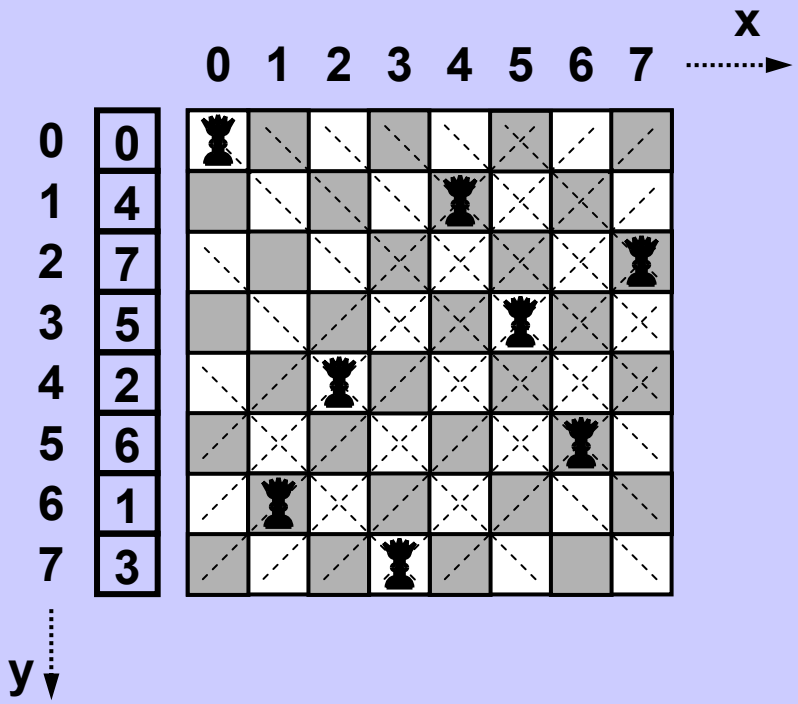
Rekurzivně definovaný terén



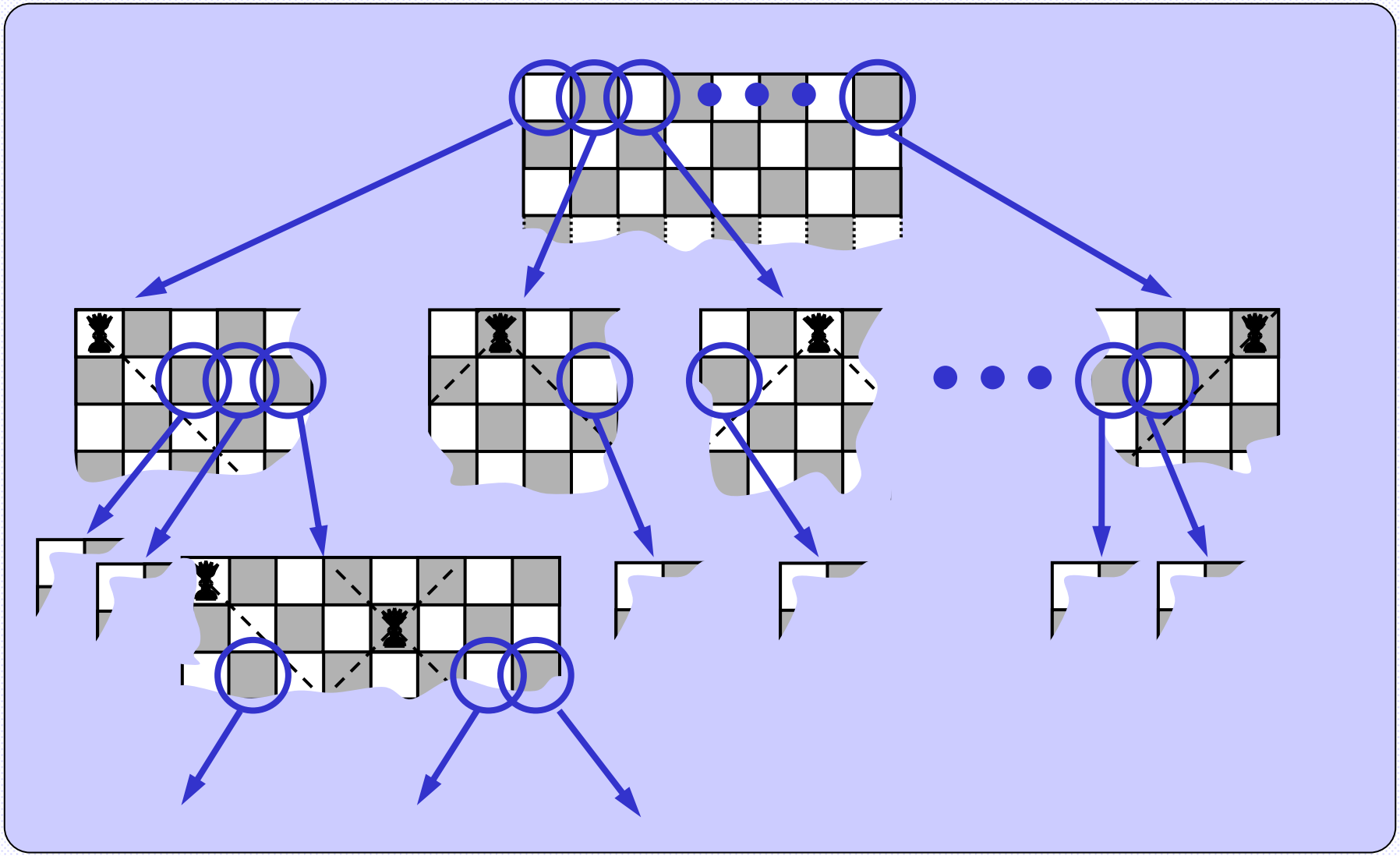
Snadné prohledávání s návratem (backtrack)

Problém osmi dam na šachovnici

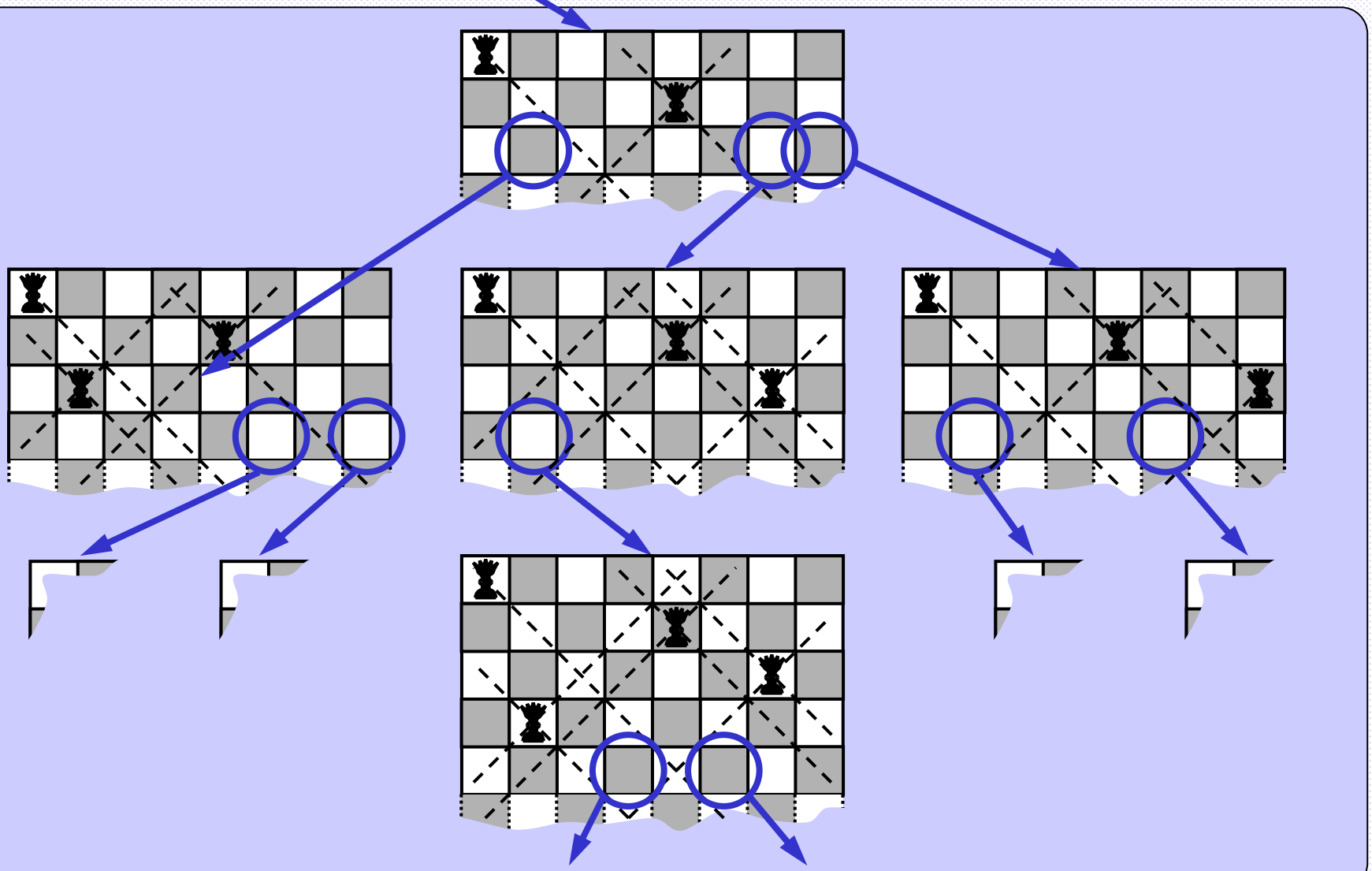




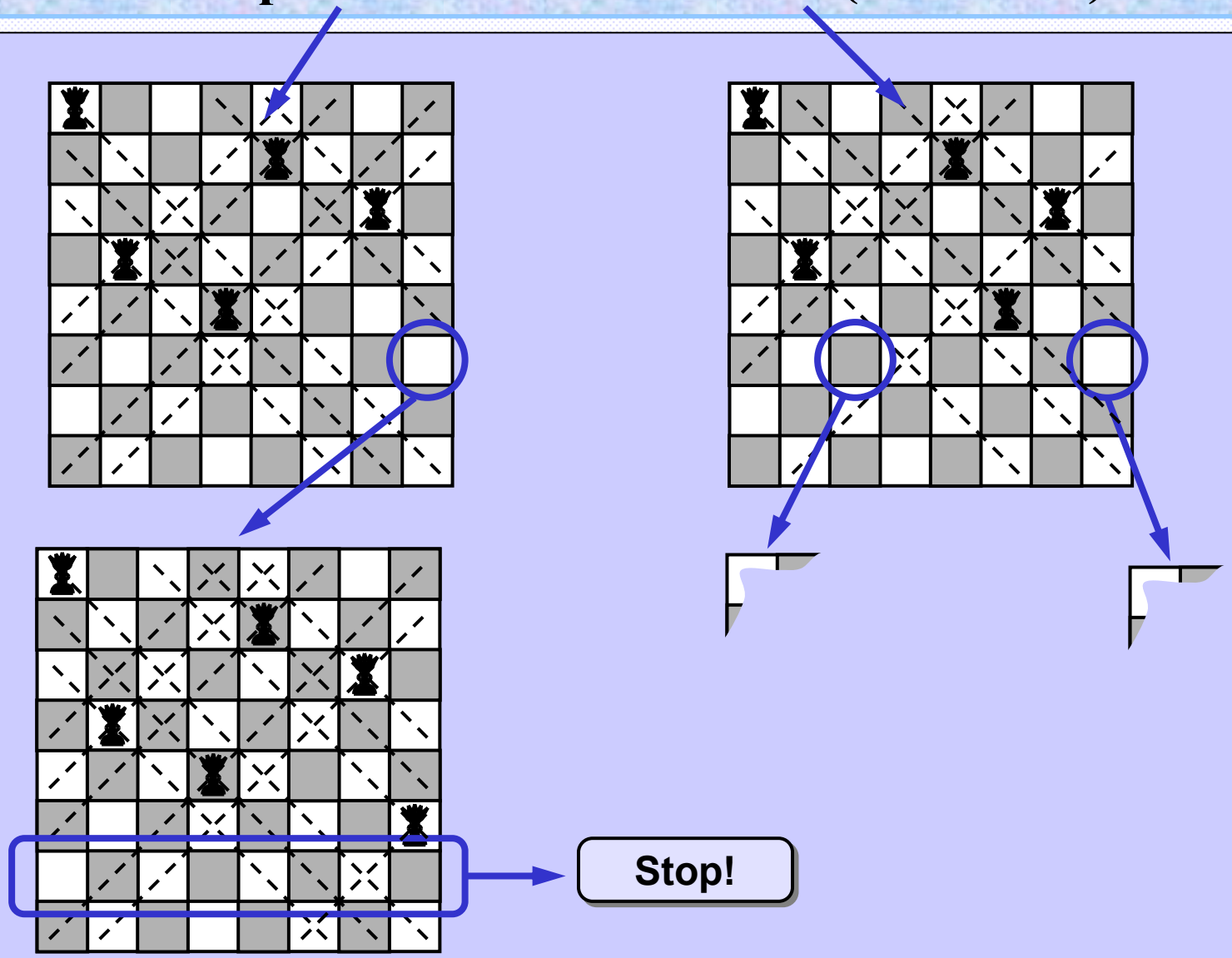
Snadné prohledávání s návratem (backtrack)



Snadné prohledávání s návratem (backtrack)



Snadné prohledávání s návratem (backtrack)



Snadné prohledávání s návratem (backtrack)

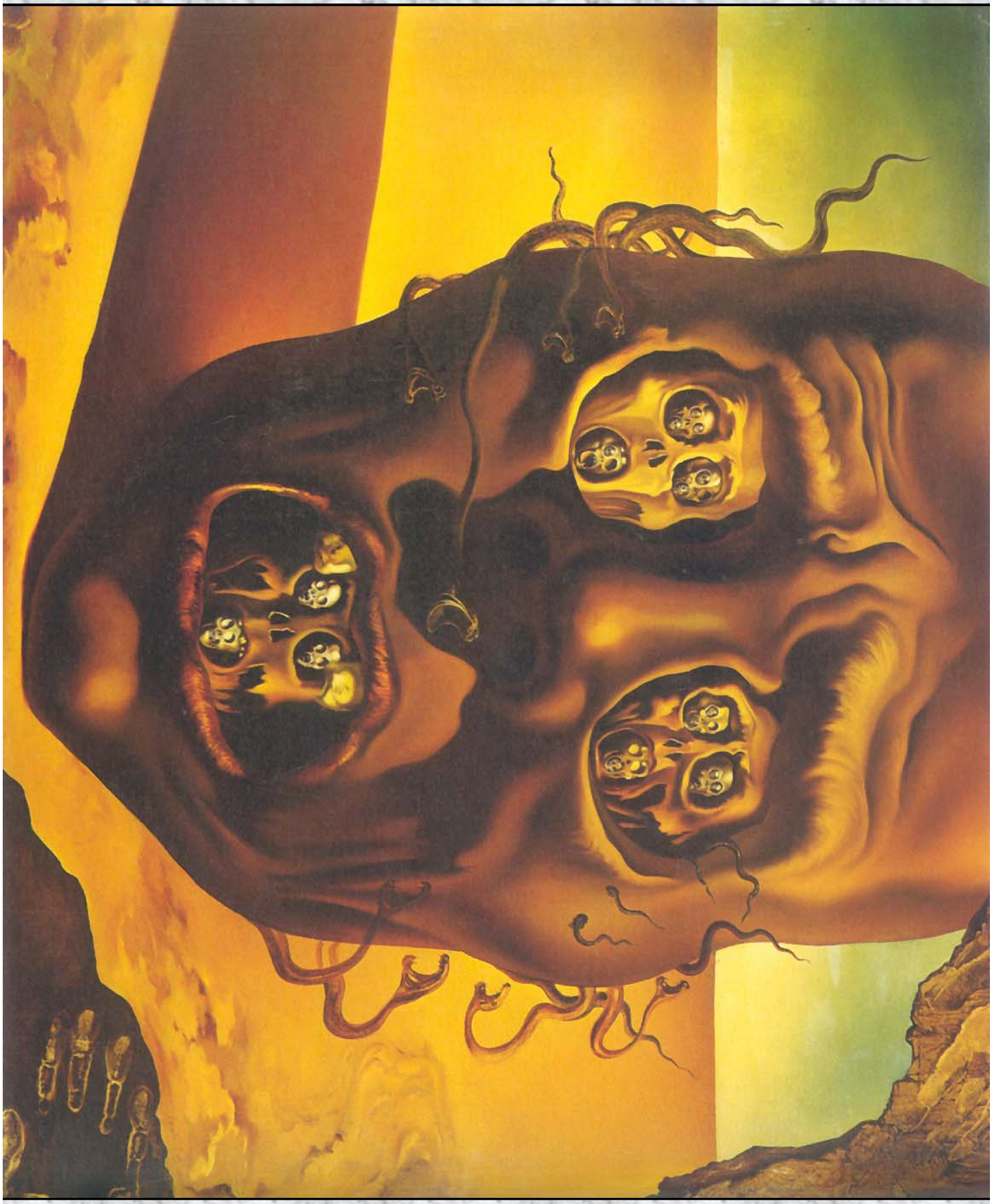
N	Počet řešení	Počet testovaných pozic dámy		Zrychlení
		Hrubá síla (N^N)	Backtrack	
4	2	256	240	1.07
5	10	3 125	1 100	2.84
6	4	46 656	5 364	8.70
7	40	823 543	25 088	32.83
8	92	16 777 216	125 760	133.41
9	352	387 420 489	651 402	594.75
10	724	10 000 000 000	3 481 500	2 872.33
11	2 680	285 311 670 611	19 873 766	14 356.20
12	14 200	8 916 100 448 256	121 246 416	73 537.00

Tab 6.1 Rychlosti řešení problému osmi dam

Snadné prohledávání s návratem (backtrack)

```
bool posOK( int x, int y) {
   int i;
   for (i = 0; i < x; i++)
     if ((xPosArr[i] == y) ||                  // stejná řada
         (abs(x-i) == abs(xPosArr[i]-y) )) // nebo diagonála
        return false;
   return true;
}
void tryPutColumn(int y) {
   int x;
   if (y >= N ) print_yPosArr();             // řešení
   else
     for (x = 0; x < N; x++)                 // testuj sloupce
         if (posOK(y, x) == true) {          // když je volno,
           xPosArr[y] = x;                   // dej tam dámu
           tryPutColumn(y + 1);              // a volej rekurzi
 }       }
```

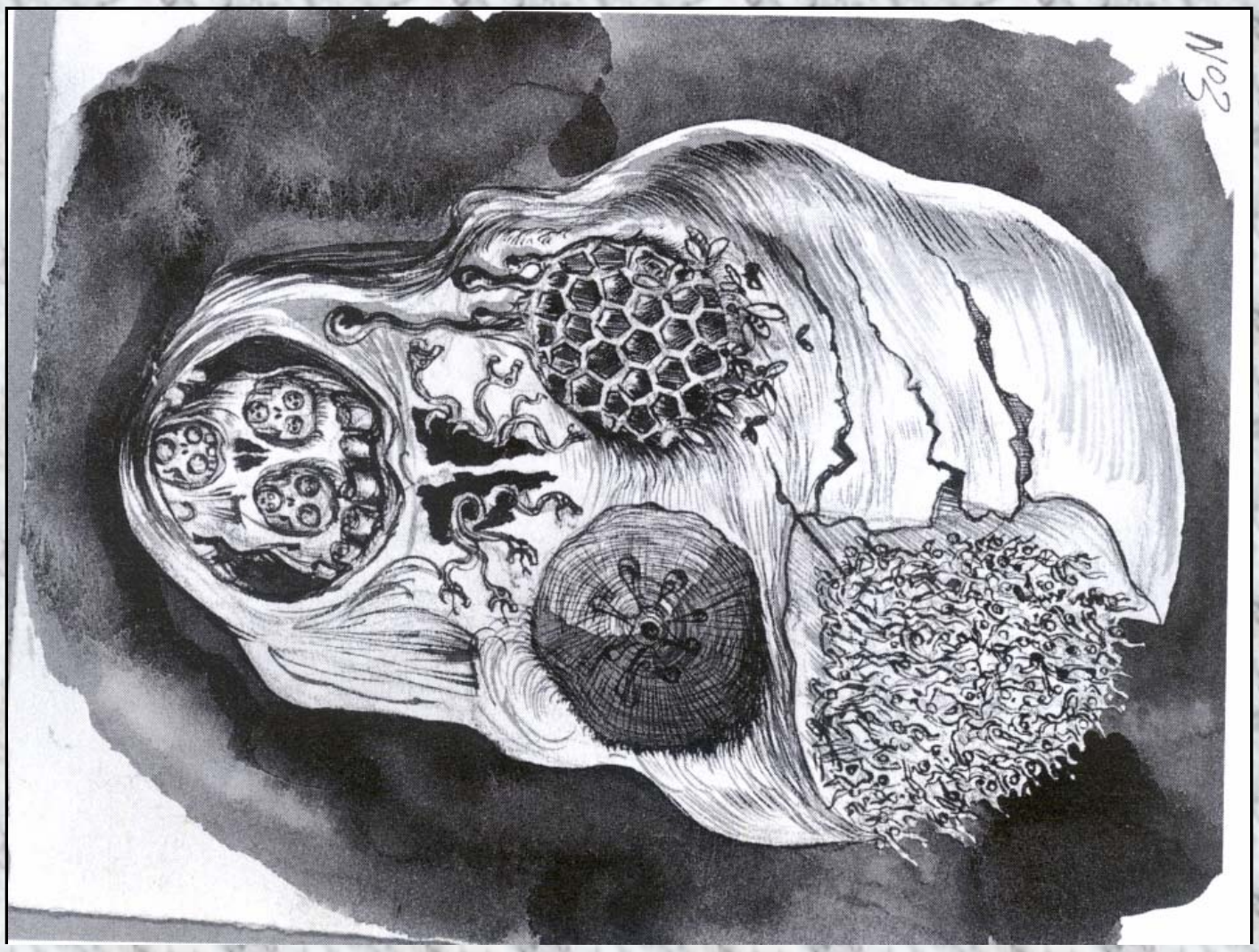
```
Call: tryPutColumn(0);
```



Salvador Dalí Tvář války (1940-1941)

Salvador Dalí Tvář války (1940-1941) -- detail pravého oka

Algoritmus a program není totéž



Salvador Dalí Tvář války (1940-1941)

Různé algoritmy mají různou složitost

Algoritmus a program není totéž