

MLO

5.5.2010

Predikátový počet

= zpřesnění výroku

PR

Formalizujte výrok:

Žádné celé číslo nemá větší než jeho kvadrát.

žádné = známena negaci

\neg (existuje objekt, že je to celé číslo a je větší než jeho kvadrát)

zavedení označení = predikátů

$Z(x)$ - - - - - x je celé číslo

$V(x, y)$ - - - - - x je větší než y

\neg (existuje objekt x , že $Z(x) \wedge V(x, x^2)$)

Predikáty přiřazují objektům vlastnost

Funkční symbol je zobrazení, které objektu /ům přiřadí jiný objekt.

napi. x^2 není predikát, ale funkční symbol
 $f(x) = x^2$

$$\neg (\text{existuje } x, \text{ že } Z(x) \wedge V(x, f(x)))$$

~~Kvant~~ Kvantifikátory

\exists = existuje = existenční kvantifikátor

\forall = obecný kvantifikátor

$$\Downarrow$$

$$\neg (\exists x Z(x) \wedge V(x, f(x)))$$

Abeceda predikačového počtu

(,)	závorky
x, y, z, \dots	promenné (objekty z - obecné)
a, b, c, \dots	konstanty (objekty, ale pevně zadane)
F, G, H, \dots	predikáty (vyjadřují vlastnosti objektů)
f, g, h, \dots	funkční symboly (převádějí objektu jiný objekt = výsledkem je objekt)
\exists	existenční kvantifikátor (existuje ...)
\forall	obecný kvantifikátor (pro všechny, ...)
$\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$	logické spojky

(PŘ)

a ... - daný člověk

$f(x) = \text{otec } x$ = objekt

$F(x) = x \text{ je otec}$ = vlastnost objektu

$f(a) \neq F(a)$

↓ ↘

otec vyrok

$$F(x) = x$$

$$F(f(a)) = \text{otec člověka } a \text{ je otec}$$

Def

Term je proměnná nebo konstanta
nebo výraz $f(t_1, t_2, \dots, t_n)$, kde
 f je funkční symbol a t_1, \dots, t_n jsou termy.

Atomická formule (nejjednodušší formule) je
 $F(t_1, t_2, \dots, t_n)$, kde F je predikát a
 t_1, \dots, t_n jsou termy.

Formule (s predikátovým počtem) jsou
následující:

- atomická formule je formule
- jsou-li φ a ψ formule, pak
 $(\neg \varphi)$, $(\varphi \wedge \psi)$, $(\varphi \vee \psi)$, $(\varphi \Rightarrow \psi)$, $(\varphi \Leftrightarrow \psi)$ jsou formule.
- je-li φ formule, je i $\forall x \varphi(x)$ a
 $\exists x \varphi(x)$ formule.

Př

a Homer
b Odysseus Odyssea
c Orestesia

$E(x)$ = x je epické dílo

$K(x, y)$ = x je kratší než y

$N(x, y)$ = x napsal y

- Odyssea a Orestesia nejsou stejné dlouhé
 $K(a, c)$ v $K(c, b)$

- Odyssea není nejkratší epické dílo

$$\exists x E(x) \wedge K(x, b)$$

- Jakékoli epické dílo kratší než Odyssea
nebylo napsáno Homérem

$$\forall x (E(x) \wedge K(x, b)) \Rightarrow \neg N(x, a)$$

! Na pořadí kvantifikátorů záleží.

$M(x, y)$ - - - - y je matka x

$$\forall x \exists y M(x, y) \neq \exists y \forall x M(x, y)$$

= pro každé x

existuje y , které je
jeho matkou

= existuje matka

pro všechna x

$$\neg \forall x (....) = \exists x \neg (....)$$

$$\neg \exists x (....) = \forall x \neg (....)$$

Do abecedy predikát. počtu přidáme
symbol „ $=$ “.

\exists $\left\{ \begin{array}{l} \text{nejvýše jeden} \\ \text{přinejmenším jeden} \\ \text{alespoň jeden} \end{array} \right\}$ objekt s vlastností F .

\exists alespoň jeden

$$\exists x F(x)$$

\exists právě jeden

$$(\exists x F(x)) \wedge (\forall x \forall y (F(x) \wedge F(y) \Rightarrow (x=y)))$$

\exists nejvýše jeden

$$\forall x \forall y (F(x) \wedge F(y) \Rightarrow (x=y))$$

Univerzum = množina, na níž se
vztahují kvantifikátory.

zjednodušení, aby se nemusely ~~sazet~~
~~ne~~ pojmenovávat $x(x)$

nix např. test d)