Rozhodněte metodou rezoluce, zda platí: **př. VR-1**

$$\{A \Rightarrow (B \vee \neg C),\ C \Rightarrow (A \vee B),\ \neg B \vee D\} \models \underbrace{(\neg D \Rightarrow \neg(C \wedge B))}_{\varphi}$$

1) musíme vyjádřit do CNF a současně zkonstruovat $M \cup \{\neg\varphi\}$

$$A \Rightarrow (B \vee \neg C) = \neg A \vee (B \vee \neg C) = \underline{\neg A \vee B \vee \neg C}$$

$$C \Rightarrow (A \vee B) = \neg C \vee (A \vee B) = \underline{\neg C \vee A \vee B}$$

$$\neg D \Rightarrow \neg(C \wedge B) = \neg(\neg D) \vee \neg(C \wedge B) = \neg(\neg D \wedge (C \wedge B))$$

pak $\neg\varphi$: $\neg(\neg(\neg D \wedge (C \wedge B))) = \underline{\neg D \wedge (C \wedge B) = \neg D \wedge C \wedge B}$

2) řešíme metodou vyplňování rezolvent

	$\neg A \vee B \vee \neg C$	$\neg C \vee A \vee B$	$\neg B \vee D$	$\neg D$	C	B	$B \vee \neg C$	D	$\neg C$
A	0	1							
B			0			1	1		
C					1		0		0

$\underbrace{C,\ B,\ B \vee \neg C,\ D,\ \neg C}_{\emptyset}$

protože se vyskytla prázdná klauzule

tj. rozšířená množina není splnitelná

pak φ je log. důsledkem množiny M, tj. $\underline{M \models \varphi}$

př. VR-2

Rezoluční metodou rozhodněte, kdy platí:

$\varphi \models \psi$ nebo $\psi \models \varphi$

$\varphi = \{(A \Rightarrow (B \vee C)) \wedge D\}$

$\psi = \{A \vee \neg B \vee C \vee D\}$

1, φ musíme vyjádřit do tvaru klauzulí pomocí $P \Rightarrow Q = \neg P \vee Q$

$$(A \Rightarrow (B \vee C)) \wedge D = (\neg A \vee (B \vee C)) \wedge D$$

Dále pro test $\varphi \models \psi$ musíme vytvořit $\neg\psi$:

$$\neg(\underbrace{A \vee \neg B}_{E} \vee \underbrace{C \vee D}_{F}) = \neg(E \vee F) = \neg E \wedge \neg F =$$

$$= \neg(A \vee \neg B) \wedge \neg(C \vee D) = \neg A \wedge B \wedge \neg C \wedge \neg D$$

2, budeme tvořit rezolventy

	$\neg A \vee B \vee C$	D	$\neg A$	B	$\neg C$	$\neg D$
C	1				0	

vzniká prázdná klauzule

zadaná množina není splnitelná, tj: $\varphi \models \psi$

3, pro test $\psi \models \varphi$ musíme vytvořit $\neg\varphi$:

$$\neg(\neg A \vee (B \vee C)) \vee \neg D = (A \wedge \neg(B \vee C)) \vee \neg D = (A \vee \neg D) \wedge (\neg D \vee \neg(B \vee C))$$

$$= (A \vee \neg D) \wedge (\neg D \vee (\neg B \wedge \neg C)) = (A \vee \neg D) \wedge (\neg D \vee \neg B) \wedge (\neg D \vee \neg C)$$

	$A \vee \neg B \vee C \vee D$	$A \vee \neg D$	$\neg D \vee \neg B$	$\neg D \vee \neg C$	
C	1			0	$A \vee \neg B$

další rezolventy nelze vytvořit nevznikla $\emptyset$ klauzule

množina je splnitelná, tj: $\psi \not\models \varphi$

$$M = \{X \land (Y \Rightarrow (Z \Rightarrow Y)),\ X \lor (\neg(Z \Rightarrow Y)),\ (X \land Y) \Leftrightarrow X\}$$

1, nutno vyjádřit do CNF (návrh: $P \Rightarrow Q = \neg P \lor Q$

$R \Leftrightarrow S = (\neg R \lor S) \land (R \lor \neg S)$)

$$X \land (Y \Rightarrow (Z \Rightarrow Y)) = X \land (\neg Y \lor (\neg Z \lor Y)) =$$

$$= \underline{X} \land \underbrace{(\neg Y \lor \neg Z \lor Y)}_{\text{tautologie}}$$

$$X \lor (\neg(Z \Rightarrow Y)) = X \lor (\neg(\neg Z \lor Y)) = X \lor (\neg(\neg Z) \land \neg Y) =$$

$$= X \lor (Z \land \neg Y) = \underline{(X \lor Z) \land (X \lor \neg Y)}$$

$$(X \land Y) \Leftrightarrow X = (\neg(X \land Y) \lor X) \land ((X \land Y) \lor \neg X) =$$

$$= (\underbrace{\neg X \lor \neg Y \lor X}_{\text{tautologie}}) \land ((\underbrace{X \lor \neg X}_{\text{tautologie}}) \land \underline{(Y \lor \neg X)}) =$$

2, rezoluční metoda pro další klauzule → rezolventy

	X	$X \lor Z$	$X \lor \neg Y$	$Y \lor \neg X$	$\neg Y$		$\neg X$	$X \lor \neg X$
Y			0	1	~~$X \lor \neg X$~~	[illegible]		
					$\emptyset$			$\emptyset$

vyskytla se prázdná klauzule, tj. množina nebyla splnitelná