1) Uvažujme všechny dvouprvkové podmnožiny množiny $\{1, 2, \dots, n\}$.

(a) Kolik je disjunktních dvojic takových dvouprvkových podmnožin?

(b) Kolik je dvojic dvouprvkových podmnožin, které mají společný právě jeden prvek?

2) Nechť R je relace na $\mathbb{N}$ množině přirozených čísel definovaná předpisem $x R y$ právě když $x^y \leq y^x$

(a) Ukažte, že R je reflexivní, ale nikoli antisymetrická

(b) pro kolik přirozených čísel y platí $3 R y$

3) Rozhodněte pomocí rezoluční metody o splnitelnosti

$$\{P, (P \wedge R) \Rightarrow S, (P \wedge Q) \Rightarrow T, Q \Rightarrow R, (S \vee T) \Rightarrow V\}$$

4) (a) Pomocí uvedených predikátů a konstant formalizujte následující výrok v predikátovém počtu s rovností

Není-li pravda, že není všechno zlato, co se třpytí, pak se zlato netřpytí.

z ... zlato, $T(x)$ ... x se třpytí

(b) Pomocí aritmetických symbolů $\times, +, -, =$, závorek, kvantifikátorů a log. spojek (žádné jiné symboly nejsou k dispozici) formalizujte v universu celých čísel

Ne každé číslo dělitelné třemi je sudé.

5) (a) Definujte pojem třída ekvivalence na množině M. Může být celá množina M jedinou třídou ekvivalence?

(b) Dokažte, že každá nekonečná množina obsahuje spočetnou podmnožinu.