Rozhodněte, zda platí:

$$M = \{B \Rightarrow (C \vee \neg A),\ A \Rightarrow (B \wedge C),\ \neg C \vee D\} \models \underbrace{\neg(A \wedge C) \Rightarrow \neg D}_{\varphi}$$

1) nutno vyjádřit CNF na klauzule pomocí $P \Rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$

$$B \Rightarrow (C \vee \neg A) \equiv \neg B \vee (C \vee \neg A) \equiv \underline{\neg B \vee C \vee \neg A}$$

$$A \Rightarrow (B \wedge C) \equiv \neg A \vee (B \wedge C) \equiv \underline{(\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee C)}$$

$$\neg(A \wedge C) \Rightarrow \neg D \equiv \neg(\neg(A \wedge C)) \vee \neg D \equiv \neg(\neg(A \wedge C) \wedge D)$$

pak $\neg\varphi : \neg(\neg(\neg(A \wedge C) \wedge D)) \equiv \neg(A \wedge C) \wedge D \equiv \underline{(\neg A \vee \neg C) \wedge D}$

2) rezoluční metoda s klauzulí tvoříme rezolventy

	$\neg B \vee C \vee \neg A$	$\neg A \vee B$	$\neg A \vee C$	$\neg C \vee D$	$\neg A \vee \neg C$	D			
B	0	1					$C \vee \neg A$		
C			1	0	0		1	$\neg A \vee D$	$\neg A$

další rezolventy již nelze vytvořit, nevyplyne se prázdná klauzule, tj. rozšířenou množinu lze splnit, pak φ <u>není</u> log. důsledkem M

př. VR-5

$M = \{X \Rightarrow (Y \Rightarrow (Z \Rightarrow Y)),\ X \vee \neg(Z \Rightarrow Y),\ (X \wedge Z) \Rightarrow Z\}$

1) formule do CNF $(P \Rightarrow Q = \neg P \vee Q)$

$$X \Rightarrow (Y \Rightarrow (Z \Rightarrow Y)) = \neg X \vee (\neg Y \vee (\neg Z \vee Y)) =$$
$$= \neg X \vee \underline{\neg Y} \vee \neg Z \vee \underline{Y}$$

tautologie

$$X \vee \neg(Z \Rightarrow Y) = X \vee \neg(\neg Z \vee Y) = X \vee \neg(\neg Z) \wedge \neg Y =$$
$$= X \vee (Z \wedge \neg Y) = \underline{(X \vee Z) \wedge (X \vee \neg Y)}$$

$$(X \wedge Z) \Rightarrow Z = \neg(X \wedge Z) \vee Z = (\neg X \vee \neg Z) \vee Z =$$
$$= \neg X \vee \underline{\neg Z} \vee \underline{Z}$$

tautologie

2) rezoluční metoda ze zbylých klauzulí

	$X \vee Z$	$X \vee \neg Y$
X	1	1

množina je splnitelná

$$\left.\begin{array}{l} v(X) = 1 \\ v(Y) = 0 \\ v(Z) = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} v(X \Rightarrow (Y \Rightarrow (Z \Rightarrow Y))) = 1 \text{ tautologie} \\ v(X \vee \neg(Z \Rightarrow Y)) = 1 \\ v((X \wedge Z) \Rightarrow Z) = 1 \text{ tautologie} \end{array}$$