ke PR-1

Každá dvě různá přirozená čísla mají různé druhé mocniny.

funkční symbol: $k(x)$ ... druhá mocnina x (číslo)

predikát: $R(x,y)$ ... číslo x je různé od čísla y

Univerzum: množina přirozených čísel $\mathbb{N}$

$$\forall x \forall y\; R(x,y) \Rightarrow R(k(x), k(y))$$

Součet každých dvou lichých prvočísel je sudé číslo.

funkční symbol: $s(x,y)$ ... součet čísla x s číslem y (číslo)

predikáty: $P(x)$ ... číslo x je prvočíslo

$S(x)$ ... číslo x je sudé

$L(x)$ ... číslo x je liché

$$\forall x \forall y\, (P(x) \wedge L(x) \wedge P(y) \wedge L(y)) \Rightarrow S(s(x,y))$$

Je-li součet ~~dvou~~ čtverců dvou čísel sudý,
pak je jejich součet dělitelný pěti

funkční symboly: $s(x,y)$ ... součet čísel x, y (číslo)
$k(x)$ ... čtverec = kvadrát čísla (číslo)

predikáty: $P(x)$ .... číslo je sudé
$Q(x,y)$ ... číslo x je dělitelné číslem y

konstanta: a = pět

existují-li čísla jejichž součet čtverců je sudý ...

$$\exists x \exists y \, (P(s(k(x),k(y)))) \Rightarrow Q(s(x,y),a)$$

Součet kvadrátů dvou přirozených čísel je číslo dělitelné pěti.

universum = množina přirozených čísel $\mathbb{N}$

funkční symboly: $s(x,y)$ ... součet čísel x, y (číslo)
$k(x)$ ... kvadrát čísla x (číslo)

predikáty:
$Q(x,y)$ ... číslo x je dělitelné číslem y
nebo $P(x)$ ... číslo x je dělitelné pěti

konstanta: $a = 5$ (pět)

$$\forall x \forall y \, (P(s(k(x),k(y))))$$

Je-li součet dvou reálných čísel kladný, potom existuje reálné číslo, které je větší než jejich součin.

Universum = množina všech reálných čísel $\mathbb{R}$

funkční symbol: $s(x,y)$ … součet čísla x s číslem y (číslo)

$m(x,y)$ … součin čísla x s číslem y (číslo)

predikáty: $V(x,y)$ … číslo y je větší než číslo x

$K(x)$ …. číslo x je kladné

$$\exists x \exists y \left(K(s(x,y)) \right) \Rightarrow \exists z \left(V(m(x,y), z) \right)$$

Každé kladné reálné číslo má záporný součet sinu a kosinu.

Universum = množina všech reálných čísel

funkční symbol: $s(x,y)$ součet čísla x s číslem y (číslo)

$f(x)$ sinus čísla x (číslo)

$g(x)$ cosinus čísla x (číslo)

predikáty: $P(x)$ číslo x je kladné

$N(x)$ číslo x je záporné

$$\forall x \left(P(x) \right) \Rightarrow N\left(s(f(x), g(x)) \right)$$

př: PR-5

Kladné reálné číslo je racionální právě tehdy, když ho lze zapsat jako podíl dvou přirozených čísel.

funkční symbol: $p(x,y)$ podíl čísla x a čísla y (číslo)

predikáty:

$K(x)$ číslo x je kladné

$R(x)$ číslo x je reálné

$Q(x)$ číslo x je racionální

$N(x)$ číslo x je přirozené

$E(x,y)$ číslo x je rovno číslu y

$\cancel{\exists x\,(K(x) \wedge R(x) \wedge Q(x)) \Leftrightarrow \exists z \exists y\,(E(x, p(z,y)) \wedge N(y)}$

$$\forall x\,(K(x) \wedge R(x) \wedge Q(x)) \Leftrightarrow \exists y\, \exists z\,(N(y) \wedge N(z) \wedge E(x, p(z,y)))$$